ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБЛАСТНОЕ БЮДЖЕТНОЕ

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«ЛИПЕЦКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

****

|  |
| --- |
| **Методические указания по выполнению практических ЗАНЯТИЙ** |
| по учебной дисциплине |
| **ОУД.04 « Математика»** |

по специальностям СПО:

|  |
| --- |
| **15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)** |

Липецк, 2018 г.

Методические указания по выполнению практических занятий по учебной дисциплине ОУД.04 «Математика» для специальности 15.02.10 Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)

**Организация-разработчик:** ГОБПОУ «ЛПТ»

**Разработчик:** Клещина Наталья Вячеславовна, преподаватель ГОБПОУ «Липецкий политехнический техникум»

**Рассмотрено** на заседании цикловой комиссии естественно-математического цикла ГОБПОУ «Липецкий политехнический техникум»

Председатель ЦК\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.И. Овчинникова

Протокол № \_\_\_от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2018г.

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение | 6 |
| Общие требования для студентов при выполнении  практических занятий | 10 |
| Система оценивания практических занятий | 10 |
| * Практическое занятие №1 «Множества и операции над ними»; | 11 |
| * Практическое занятие №2 «Комплексные числа и действия с ними»; | 15 |
| * Практическое занятие №3 «Свойства корня n-ой степени. Выполнение расчетов с радикалами»; | 18 |
| * Практическое занятие №4 «Решение иррациональных уравнений»; | 20 |
| * Практическое занятие №5 «Решение показательных уравнений и неравенств»; | 23 |
| * Практическое занятие №6 «Свойства логарифмов»; | 25 |
| * Практическое занятие №7 «Решение логарифмических уравнений и неравенств»; | 27 |
| * Практическое занятие № 8 «Основные тригонометрические тождества»; | 30 |
| * Практическое занятие №9 «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства»; | 32 |
| * Практическое занятие №10 «Решение тригонометрических уравнений, неравенств и систем»; | 36 |
| * Практическое занятие №11 «Перпендикуляр и наклонная к плоскости»; | 38 |
| * Практическое занятие №12 «Взаимное расположение прямых и плоскостей»; | 41 |
| * Практическое занятие №13 «Правильные многогранники»; | 46 |
| * Практическое занятие №14 «Вычисление площадей и объемов многогранников»; | 48 |
| * Практическое занятие №15 «Предел последовательности»; | 50 |
| * Практическое занятие №16 «Производные основных элементарных функций»; | 52 |
| * Практическое занятие №17 «Производные сложной и обратной функции»; | 55 |
| * Практическое занятие №18 «Исследование функции с помощью производной»; | 57 |
| * Практическое занятие №19 «Неопределенный интеграл и первообразная»; | 60 |
| * Практическое занятие №20 «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла»; | 62 |
| * Практическое занятие №21 «Преобразование графиков степенной и показательной функции»; | 65 |
| * Практическое занятие №22 «Преобразование графиков тригонометрической и логарифмической функции»; | 68 |
| * Практическое занятие №23 «Тела вращения. Сечения»; | 69 |
| * Практическое занятие №24 «Вычисление площадей и объемов фигур в пространстве»; | 72 |
| * Практическое занятие №25 «Действия над векторами, заданными координатами»; | 74 |
| * Практическое занятие №26 «Векторное уравнение прямой и плоскости»; | 76 |
| * Практическое занятие №27 «Решение комбинаторных задач»; | 78 |
| * Практическое занятие №28 «Вычисление вероятностей. Прикладные задачи»; | 80 |
| * Практическое занятие №29 «Закон распределения и числовые характеристики дискретной случайной величины»; | 83 |
| * Практическое занятие №30 «Теория граф»; | 86 |
| * Практическое занятие №31 «Исследования математических объектов с использованием прикладных программам»; | 90 |
| * Практическое занятие №32 «Основные приемы решения уравнений, * неравенств и систем»; | 92 |
| * Практическое занятие №33 «Уравнения и неравенства с параметрами»; | 94 |
| * Практическое занятие №34 «Уравнения и неравенства, содержащих переменную под знаком модуля». | 96 |
| Информационное обеспечение обучения | 98 |

Введение

Методические указания по выполнению практических занятий по общеобразовательной учебной дисциплине ОУД.04 «Математика» разработаны в соответствии с требованиями к результатам освоения учебной дисциплины на основе ФГОС СОО и программы учебной дисциплины.

Изучение математики в системе [профессионального образования](http://pandia.ru/text/category/professionalmznoe_obrazovanie/) имеет свою специфику, которая состоит в необходимости сочетания общеобразовательных функций обучения с формированием профессиональных знаний и умений.

Выполнению практических занятий, предшествует проверка знаний обучающихся - их теоретической готовности к выполнению задания.

Целью практических занятий является приобретение начальных практических навыков, при которых обучающийся:

- получает способность владеть культурой речи, это приобретается при попытках выполнить практическое задание и при обсуждении с преподавателем отчёта о выполнении практического задания;

- учится использовать базовые положения при решении профессиональных задач, это приобретается при поиске и привлечении необходимого теоретического материала при решении поставленных в практическом задании задач;

- получает способность использовать профессионально-ориентированную риторику, это приобретается при формировании в письменной форме всех высказываний, необходимых для пояснения своих действий;

- учится владеть навыками самостоятельной работы, это приобретается непосредственно в процессе подбора на основе анализа поставленной в практической работе задачи необходимого теоретического материала для решения этой задачи;

- учится владеть основными методами, средствами и способами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером, это приобретается при выполнении отчёта о решении поставленной задачи.

Практические работы направлены на овладение обучающимися следующими результатами обучения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **личностные** | **метапредметные** | **предметные** |
| −сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;  −понимание значимости математики для научно-технического прогресса,  сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;  −развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;  −овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;  − готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;  −готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;  −готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;  −отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем. | −умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;  − умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;  −владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению  различных методов познания;  −готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;  −владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;  − владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;  −целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира. | −сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;  −сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;  −владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;  −владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;  −сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;  −владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;  −сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;  − владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач. |

Обязательная аудиторная нагрузка на практическое занятие – 2 часа.

Перечень практических занятий:

* Практическое занятие №1 «Множества и операции над ними»;
* Практическое занятие №2 «Комплексные числа и действия с ними»;
* Практическое занятие №3 «Свойства корня n-ой степени. Выполнение расчетов с радикалами»;
* Практическое занятие №4 «Решение иррациональных уравнений»;
* Практическое занятие №5 «Решение показательных уравнений и неравенств»;
* Практическое занятие №6 «Свойства логарифмов»;
* Практическое занятие №7 «Решение логарифмических уравнений и неравенств»;
* Практическое занятие № 8 «Основные тригонометрические тождества»;
* Практическое занятие №9 «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства»;
* Практическое занятие №10 «Решение тригонометрических уравнений, неравенств и систем»;
* Практическое занятие №11 «Перпендикуляр и наклонная к плоскости»;
* Практическое занятие №12 «Взаимное расположение прямых и плоскостей»;
* Практическое занятие №13 «Правильные многогранники»;
* Практическое занятие №14 «Вычисление площадей и объемов многогранников»;
* Практическое занятие №15 «Предел последовательности»;
* Практическое занятие №16 «Производные основных элементарных функций»;
* Практическое занятие №17 «Производные сложной и обратной функции»;
* Практическое занятие №18 «Исследование функции с помощью производной»;
* Практическое занятие №19 «Неопределенный интеграл и первообразная»;
* Практическое занятие №20 «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла»;
* Практическое занятие №21 «Преобразование графиков степенной и показательной функции»;
* Практическое занятие №22 «Преобразование графиков тригонометрической и логарифмической функции»;
* Практическое занятие №23 «Тела вращения. Сечения»;
* Практическое занятие №24 «Вычисление площадей и объемов фигур в пространстве»;
* Практическое занятие №25 «Действия над векторами, заданными координатами»;
* Практическое занятие №26 «Векторное уравнение прямой и плоскости»;
* Практическое занятие №27 «Решение комбинаторных задач»;
* Практическое занятие №28 «Вычисление вероятностей. Прикладные задачи»;
* Практическое занятие №29 «Закон распределения и числовые характеристики дискретной случайной величины»;
* Практическое занятие №30 «Теория граф»;
* Практическое занятие №31 «Исследования математических объектов с использованием прикладных программам»;
* Практическое занятие №32 «Основные приемы решения уравнений, неравенств и систем»;
* Практическое занятие №33 «Уравнения и неравенства с параметрами»;
* Практическое занятие №34 «Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля».

**Общие требования для студентов при выполнении**

**практических занятий**

1. К выполнению практического задания необходимо приготовиться до начала занятия, используя рекомендованную литературу и конспект лекций.
2. Обучающиеся обязаны иметь при себе линейку, карандаш, ластик, тетрадь для практических работ.
3. Отчеты по практическим занятиям должны включать в себя следующие пункты:

- название практического занятия и цель;

- далее пишется «Ход работы» и выполняются этапы практического занятия, согласно указанному в работе порядку.

1. Если отчет по работе не сдан во время (до выполнения следующей работы) по неуважительной причине, оценка за работу снижается.

**Система оценивания практических занятий**

При оценивании выполнения практического занятия учитываются следующие показатели:

- качество выполнения задания (выполнение работы в соответствии с заданием, правильность результатов работы);

- качество оформления отчета по работе (оформление отчета в соответствии с требованиями методических рекомендаций, правильность и четкость формулировки ответов по результатам работы).

Отметкой «5» ставится в следующих случаях:

• работа выполнена полностью;

• в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

• в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

• работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

• допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

• допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

• допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Отметка «1» ставится в случае: полного незнания изученного материала, отсутствия элементарных умений и навыков.

**Практическое занятие №1**

**«Множества и операции над ними»**

**Цель**: закрепить практические навыки задания множеств, выполнения операций над множествами

**Оборудование**: тетрадь для выполнения практического занятия, ручка, карандаш.

**Теоретическая часть**

Рассмотрим некоторые операции над множествами.

1 Пересечение множеств

Пусть даны два множества: А={a; b; c; d} иB={c; d; e}.образуем новое множество Р, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно и множеству А, и множеству В, т.е. Р={c;d}. Тогда говорят, что множество Р является пересечением множеств А и В.

Определение 1.

Пересечением множеств А и В называется множество, состоящее их всех тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам А и В одновременно.

Символически пересечение множеств А и В обозначается так: А∩В, где символ ∩ - знак пересечения множеств. Используя характеристическое свойство, определение 1.4 можно записать следующим образом:

Р=А∩В= {x ⎪x∈A и x∈B}={x ⎪ x∈A ∧ x∈B}. (1)

Таким образом, (1) есть характеристическое свойство пересечения двух множеств.

Союз “и” иногда заменяют фигурной скобкой, и тогда (1) будет иметь вид:

 (2)

Для обозначения одновременной принадлежности множеству А и множеству В используется также знак ∧ (конъюнкция, или логическое “и”):

x∈A∩B ⇒ x∈A ∧ x∈B (2а)

Читаются выражения (2) и (2а) одинаково: если х принадлежит пересечению множеств А и В, то х принадлежит как множеству А, так и множеству В.

Если мы имеем ситуацию, когда х не принадлежит пересечению множеств А и В, то это означает, что х не принадлежит или множеству А, или множеству В.

Символически это может быть записано так:

 (3)

где квадратная скобка заменяет союз “или”.

В символической записи союз “или” может быть заменен также знаком ∨ (дизъюнкция, логическое “или”):

х∉А∩В ⇒ х∉А ∨ х∉В. (3а)

Читаются выражения (3) и (3а) одинаково: если х не принадлежит пересечению множеств А и В, то х не принадлежит или множеству А, или множеству В.

Графическая иллюстрация вариантов пересечения двух множеств приведена на рис. 7÷10 (пересечение заштриховано).

А

Р

В

U

А

Р=∅

В

U

А

U

Р=B

U

Р=A=B

рис. 1 рис. 2 рис. 3 рис. 4

2.Объединение множеств

Множества А и В входят в их объединение только один раз. Это вполне соответствует толкованию множества, принятому в математике: ни один элемент не может содержаться в множестве несколько раз.

Определение 2.

Объединением двух множеств А и В называется такое множество С, которое состоит из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств А или В.

Символически объединение двух множеств А и В обозначается так:

А ∪ В, где ∪ - символ объединения множеств. Определение 1.5 можно записать с помощью характеристического свойства:

С= А ∪ В={x⎪ x∈A или x∈B}. (4)

Союз “или” иногда заменяют квадратной скобкой

 (5)

а также знаком дизъюнкции

х ∈А ∪ В ⇒ х∈А ∨ х∈В. (5а)

Читаются эти знаки одинаково: если элемент х принадлежит объединению двух множеств А и В, то он принадлежит множеству А или множеству В.

Если же элемент х не принадлежит объединению множеств А и В, то он не принадлежит ни множеству А, ни множеству В. Символически это может быть записано так:

 (6)

или

x ∉A∪B ⇒ x∉A ∧ x∉B. (6а)

Графически варианты объединения двух множеств показаны на рис. 11÷14 (объединение заштриховано).

U

С=A=B

А

U

B

А

В

U

А

В

U

рис. 5 рис. 6 рис. 7 рис. 8

Отметим некоторые очевидные свойства операции объединения двух множеств:

А∪А=А, А∪∅=А, А∪U=U. (7)

**3. Разность множеств**

Разностью двух множеств А и В называется множество, состоящее из всех тех и только

тех элементов, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В.

Символически разность двух множеств обозначается так:

А В, где символ является знаком разности для множеств. С помощью характеристического свойства запишем определение 1.6 следующим образом:

C=A B={x ⎪ x∈A и x∉B} (8)

Или 

 (9)

а также x∈AB ⇒ x∈A ∧ x∉B. (9а)

Пример 1.

Если K1={1; 3; 5; 7; 9}, K2={5; 7; 1}, то K3=K1K2={3; 9}, K4=K2K1=∅.

Графическое представление вариантов разности двух множеств А и В показано на рис. 15÷18, где множество А В заштриховано.

U

A\B=Ø

A=B

А

В

U

А

В

U

А

U

B

рис. 9 рис. 10 рис. 11 рис. 12

**4 Дополнение к множеству**

Определение 3

Пусть В ⊂ А. Множество всех элементов множества А, не принадлежащих множеству В, называют дополнением к множеству В и обозначают  или .

Если ясно, о каком множестве идёт речь, то индекс А опускается и пишут  или .

Определение 4

Пусть А – некоторое множество, являющееся частью универсального (основного) множества U. Дополнением множества А называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов их множества U, которые не принадлежат А. Его обозначают  или .

Это определение может быть записано в виде:

 = {x ⎪ x∉A}. (10)

Графически дополнения (соответственно определениям 1.7 и 1.8) изображены на рис. 19 и 20 соответственно, на которых дополнения заштрихованы.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

**1 вариант**

1. Пусть А – множество корней уравнения

. Перечислите элементы множеств:

а) А

2. Перечислите элементы каждого из множеств:

а) *А* = {*x*:*x*  ***N*** , -2  ≤ *x*  ≤  5};

    б) *В* = {*х*: *x*  ***Z*** , |*x* |  <  3};

    в) *С* = {*х*:*x*  ***N*** , 2*х*2+ 5*х –*3 = 0}.

3.Даны множества: А=. Найдите А

4.Даны два множества: А – множество стран и В – множество материков. Задайте соответствие между этими множествами с помощью стрелок. А=, В=.

**2 вариант**

1. Пусть А – множество корней уравнения

. Перечислите элементы множеств:

а) А

2. Перечислите элементы каждого из множеств:

а)  *А* = {*х*: *x*  ***Z***, |*x* | = 4};

    б) *В* = {*х* : *x*  ***N*** , –2  <  *х*  ≤  5};

    в) *С* = {*х* :  *x*  ***Q*** ,*x*2+ 3*х*+ 4 = 0}.

3.Даны множества: А=. Найдите А

4.Даны два множества: А – множество месяцев года и В – множество времён года. Задайте соответствие между этими множествами с помощью стрелок.

**3 вариант**

1. Пусть А – множество корней уравнения

. Перечислите элементы множеств:

а) А

2. Перечислите элементы каждого из множеств:

а) *А* = {*х:  x*  ***Z***, –2  ≤ *x* ≤  3};

    б) *В* = {*х*: *x*  ***N*** , (5*х*+ 6)(*х –*4) = 0};

    в) *С* = {*х* : *x*  ***N*** , |*x*|  = 7}.

3.Даны множества: А=. Найдите А

4.Даны два множества: А – множество стран и В – множество материков. Задайте соответствие между этими множествами с помощью стрелок. А=, В=.

**4 вариант**

1. Пусть А – множество корней уравнения

. Перечислите элементы множеств:

а) А

2. Перечислите элементы каждого из множеств:

а) *А* = {*х* :  *х*  ***N***,  *х*  ≤  4};

    б) *В* = {*х* :  *х*  ***Z***, (*х*+ 1)(–*х –*3) = 0};

    в) *С* = {*х*:  *х*  ***N***, | *х* | = 5}.

3.Даны множества: А=. Найдите А

4. Даны два множества: А – множество месяцев года и В – множество времён года. Задайте соответствие между этими множествами с помощью стрелок.

Критерии оценивания: №1 - 6 баллов, №2 - 3 балла, №3 - 1 балл, №4 - 1 балл.

Итого 11 баллов:11 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №2**

**«Комплексные числа и действия с ними»**

**Цель**: сформировать умения и навыки выполнять арифметические действия с комплексными числами.

**Оборудование**: тетрадь для выполнения практического занятия, ручка, калькулятор..

**Теоретическая часть**

Комплексное число – это выражение вида (1)

,

где x, y – вещественные числа, а  – мнимая единица. Первое из вещественных чисел, x, называется вещественной (действительной) частью комплексного числа (используется обозначение ); второе, y, - мнимой частью (). Выражение (1) называют алгебраической формой записи комплексного числа.

Числом, сопряженным к , называют число вида . Используя формулу разности квадратов, получаем, что . Можно доказать, что корнями квадратного уравнения с отрицательным дискриминантом являются два сопряженных комплексных числа.

Пример 1. Решить уравнение .

Решение. Дискриминант данного уравнения:  меньше нуля, но теперь мы можем воспользоваться мнимой единицей:

, т.е. ; .

Справедливы следующие правила арифметических действий над комплексными числами  и :

1)  (осуществляется сложение или вычитание алгебраических двучленов и приведение подобных);

2)  (осуществляется перемножение алгебраических двучленов и приведение подобных с учетом того, что );

3)  (эта операция возможна только в случае, когда ).

Пример 2. Вычислить и указать вещественную и мнимую части полученного комплексного числа.

Решение. Действуя в соответствии с правилами получаем:

;

поэтому , .

Тригонометрическая форма комплексного числа. Каждому комплексному числу вида (1) можно поставить в соответствие точку M(x;y) на декартовой плоскости (при этом на оси OX располагаются вещественные числа , а на оси OY – чисто мнимые числа ).

Модулем комплексного числа назовем длину отрезка  (или расстояние от начала координат до точки M), т.е. . Аргументом комплексного числа () назовем угол, который вектор  образует с положительным направлением оси OX. Главное значение аргумента, которое, как правило, используется при осуществлении действий с комплексными числами, удовлетворяет условию . При этом выражение вида

 (2)

называется тригонометрической формой записи комплексного числа.

Преобразуем (1)



и, сравнивая с (1.2), получаем, что аргумент z можно найти, решив систему

 или  (3)

Пример 3. Вычислить: a) ; b) .

Решение. В задании a), чтобы воспользоваться формулой Муавра, необходимо представить комплексное число в тригонометрической форме. Имеем: ;  и , т.е.  (так как соответствующая точка лежит во второй четверти). Следовательно,  и . Учитывая что  и используя свойства тригонометрических функций, получаем:

.

В задании b) тригонометрическая форма заданного числа имеет вид  (|z|=1), поэтому

, k=0,1,2.

Выписываем три искомых корня:

;

;

.

**Ход работы**

1.Запишите название, номер практического занятия и его цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания: каждый верно выполненный пример оценивается по 1 баллу. Итого: 11 баллов.

Критерии оценивания: 11-10 баллов – оценка «5», 9-8 баллов – оценка «4», 7-6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

Задание 1. Вычислить, выписать вещественную и мнимую части полученных комплексных чисел.

1)  2)  3) 

4) 

Задание 2. Запишите предложенные комплексные числа в тригонометрической форме:

1) ; 2) ; 3) ; 4) 

Задание 3. Найти все корни уравнений:

1) ; 2) ; 4) ;

**Практическое занятие №3**

**«Свойства корня n-ой степени. Выполнение расчетов с радикалами»**

***Цель :*** сформировать умения и навыки по преобразованию алгебраических,

рациональных, иррациональных, степенных выражений.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Свойства корней n-й степени», ручка.

**Теоретический материал**

Корень n – степени: , n - показатель корня, а – подкоренное выражение

Если n – нечетное число, то выражение имеет смысл при а

Если n – четное число, то выражение имеет смысл при

Арифметический корень:

Корень нечетной степени из отрицательного числа:

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

=,a – основание степени, n – показатель степени

Свойства:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, а основание остается неизменным.
2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели вычитаются, а основание остается неизменным.
3. При возведении степени в степень показатели перемножаются.
4. При возведении в степень произведения двух чисел, каждое число возводят в эту степень, а результаты перемножают.
5. Если в степень возводят частное двух чисел, то в эту степень возводят числитель и знаменатель, а результат делят друг на друга.
6. Если

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. По определению:

Пример 1. Упростите выражение http://www.e-biblio.ru/xbook/new/xbook311/files/Eqn_primer_01-01.gif.

Решение

Применим свойства степеней (умножение степеней с одинаковым основанием и деление степеней с одинаковым основанием): http://www.e-biblio.ru/xbook/new/xbook311/files/Eqn_primer_01-02.gif.

Ответ: 9m7 .

Пример 2.Сократить дробь: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_011.gif

Решение. Так область определения дроби http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_012.gif все числа, кроме х ≠ 1 и х ≠ -2.Вместе с тем http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_013.gif.Сократив дробь, получим http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_014.gif

.Область определения полученной дроби: х ≠ -2, т.е. шире, чем область определения первоначальной дроби. Поэтому дроби http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_015.gif и http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_016.gif равны при х ≠ 1 и х ≠ -2.

Пример 3.Сократить дробь: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_024.gif

Пример 4.Упростить: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_025.gif

Пример 5.Упростить: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_026.gif

Пример 6. Упростить: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_027.gif

Пример 7. Упростить: http://free.megacampus.ru/xbookM0005/files/Form_07_028.gif

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

|  |
| --- |
| 1. ctepenA161c |
| 2. ctepenA145c |
| 3. ctepenA133c |
| 4. ctepenA120c |
| 5. ctepenA150c |
| 6. ctepenA122c |
| 7. ctepenA166c |
| 8. Упростить:  ; |
| 9. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем  , , |
| 10. Найдите значение выражения: |
| *11.* https://videouroki.net/videouroki/conspekty/algebra11/4-prieobrazovaniie-vyrazhienii-sodierzhashchikh-radikaly.files/image017.jpg |
| *12.* https://videouroki.net/videouroki/conspekty/algebra11/4-prieobrazovaniie-vyrazhienii-sodierzhashchikh-radikaly.files/image018.jpg |

Критерии оценивания:

№1- №7 -1 балл, №8 - №10 -2 балла, №11 - №12 – 3 балла.

Итого 19 баллов:19 баллов – оценка «5», 15 баллов – оценка «4», 9 баллов – оценка «3», 8 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №4**

**«Решение иррациональных уравнений»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки решения иррациональных уравнений.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Свойства корней n-й степени», ручка.

**Теоретический материал**

Иррациональным называется уравнение, в котором неизвестное (переменная) содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в рациональную (дробную) степень.

        Для решения иррациональных уравнений обычно используются следующие приемы:

1) «уединение» корня в одной из частей уравнения и возведение в соответствующую степень;

2) введение новой переменной;

3) сведение к системе уравнений;

4) применение свойств функций, входящих в уравнение.

 Следует помнить, что при решении иррациональных уравнений необходима проверка всех найденных корней путем их подстановки в исходное уравнение или нахождение ОДЗ и следующий анализ корней (при решении методом приведения к равносильной смешанной системе уравнений и неравенств необходимость в этом отпадает).Простейшим иррациональным уравнением является уравнение вида:

                                                   =g(x),                                  (\*)

при решении, которого важную роль играет четность или нечетность n.

         Если n - нечетное, то уравнение (\*) равносильно уравнению

f(x) =(g(x))n .

         Если n - четное, то, так как корень считается арифметическим,  необходимо учитывать ОДЗ (область допустимых значений): f(x. Уравнение (\*) в этом случае равносильно системе:

 Пример 1. Решить уравнение 

Решение. Так как в данном примере n=3 - нечетное, то после возведения обеих частей уравнения в третью степень получим равносильное данному уравнение:

.

Ответ: .

    Иногда встречаются уравнения вида , которые решаются следующим образом:

n - нечетное

n - четное  или

 Пример 2. Решить уравнение .

Решение. Запишем данное уравнение в виде:  . Возводя обе части в квадрат и учитывая, что x+1 ,  получим уравнение 2х+6=х+1, решение которого есть

х=-5 – не удовлетворяет выписанному условию. Значит, данное уравнение не имеет решений.

Ответ: нет решений

Иногда иррациональное уравнение содержит несколько радикалов. В этом случае для избавления от радикалов уравнение приходится возводить в соответствующую степень несколько раз. При этом предварительно уединяют один из радикалов так, чтобы обе части уравнения стали неотрицательными. Особое внимание следует обратить на правильное нахождение ОДЗ.

Введение новой переменной в ряде случаев позволяет перейти от иррационального уравнения к рациональному уравнению.

Пример 5. Решить уравнение

Решение. Возведение данного уравнения в квадрат привело бы к уравнению четвертой степени, что нерационально. Поэтому запишем уравнение в виде

и введем «новую» переменную:

Получим  .

Вернемся к «старым» переменным  .

Второе из полученных уравнений решений не имеет,

а решения первого есть числа  .

Ответ: .

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания

Вариант 1

1. Возведи обе части в квадрат:

а) 

б) 

в) 

2. Выполни замену:



3. Разложи на множители:



4. Реши любым способом:



Вариант 2

1. Возведи обе части в квадрат:

а) 

б) 

в) 

2. Выполни замену:



3. Разложи на множители:



4. Реши любым способом:



Критерии оценивания:

№1 - 3 балла, №2 -1 балл, №3 – 2 балла, №4 – 3 балла.

Итого 9 баллов:9 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №5**

**«Решение показательных уравнений и неравенств»**

***Цель :***сформировать умения и навыки основных приемов решения показательных

уравнений и неравенств.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Свойства корней n-й степени», ручка.

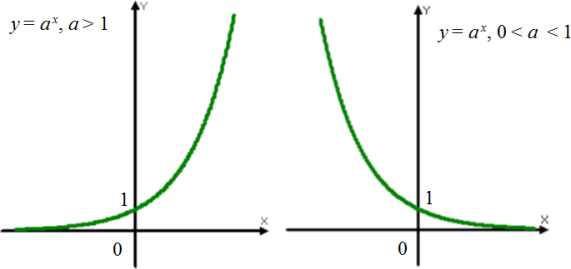
**Теоретический материал**

Функцию вида *y* = *ax*, где *a* > 0 и *a* ≠ 1, называют *показательной функцией*.

Основные *свойства показательной функции* *y* = *ax*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Свойство | *a* > 1 | 0 < *a* < 1 |
| Область определения | *D*(*f*) = (-∞; +∞) | *D*(*f*) = (-∞; +∞) |
| Область значений | *E*(*f*) = (0; +∞) | *E*(*f*) = (0; +∞) |
| Монотонность | Возрастает | Убывает |
| Непрерывность | Непрерывная | Непрерывная |

График показательной функции

[](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/Exponential-function.png)

Решение показательных уравнений. *Показательными* называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней. Для решения *показательных уравнений* требуется знать и уметь использовать следующую несложную теорему: Показательное уравнение af(x) = ag(x) (где a > 0, a ≠ 1) равносильно уравнению f(x) = g(x).

Пример 1. Решите уравнение:[2^{2x+1}-5\cdot 2^x-88=0.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/cace76599531b5e581ee8731e76708cb.png)

Решение: используем приведенные выше формулы и подстановку:

[~t=2^x.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/e070a042fee5a83390a5e7d78fc16735.png)

Уравнение тогда принимает вид:

[~2t^2-5t-88 = 0.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/95d28ff32318653442290058082e700d.png)

Дискриминант полученного квадратного уравнения положителен:

\[ D = b^2-4ac = 5^2-4\cdot 2\cdot (-88) = 729 = 27^2>0. \]

Это означает, что данное уравнение имеет два корня. Находим их:

\[ \left[\begin{array}{l} 2^x = 8, \\ 2^x = -5,5. \\ \end{array}\right. \]  \[ \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{729}}{2\cdot 2}} = 8, \\ t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{729}}{2\cdot 2}} = -5,5. \\ \end{array}\right. \]

Переходя к обратной подстановке, получаем:

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строго положительна на всей области определения. Решаем второе:

\[ 2^x = 8\Leftrightarrow 2^x=2^3. \]

С учетом сказанного в теореме 1 переходим к эквивалентному уравнению: *x* = 3. Это и будет являться ответом к заданию.

[3^{x-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}=\sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}}+207.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/786b5c147622bc2633c5898b3586d3f4.png)Ответ: *x* = 3.

Пример 2. Решите уравнение:

Решение: ограничений на область допустимых значений у уравнения нет, так как подкоренное выражение имеет смысл при любом значении *x* (показательная функция *y* = 94*-x* положительна и не равна нулю).

Решаем уравнение путем равносильных преобразований с использованием правил умножения и деления степеней:

[3^{x-1}-3^{x-3}=\sqrt{3^{2x-8}}+207\Leftrightarrow](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/a0d90734970c3036f1363634b8133d3e.png)

[\Leftrightarrow 3^{x-1}-3^{x-3}-3^{x-4}=207\Leftrightarrow](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/01f2b32b1f88fd21ad3535c31c60b14c.png)

[3^{x}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{27}-\frac{1}{81}\right)=207\Leftrightarrow](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/c0e42e0cd426b35c772fc0c8401fcac4.png)

[\Leftrightarrow 3^x\cdot\frac{23}{81}=207\Leftrightarrow 3^x=3^6\Leftrightarrow x=6.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/84a3ecdc39efcfe96decd2b13ec6bf4a.png)

Последний переход был осуществлен в соответствии с теоремой 1.

Ответ: *x*= 6*.*

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1.Постройте в одной координатной плоскости графики функций 2.Решите уравнение: а) ; б) ; в) .

3.Решите неравенство: а) ; б) .

Вариант 2.

1.Постройте в одной координатной плоскости графики функций .

2.Решите уравнение: а) ; б) ; в) .

3.Решите неравенство: а) ; б) .

Критерии оценивания:

№1 -3 балла, №2 - 3 балла, №3 – 4 балла.

Итого 10 баллов:10 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №6**

**«Свойства логарифмов»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки нахождения значений логарифма по произвольному

основанию.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Свойства логарифмов», ручка.

**Теоретический материал**

Определение. Логарифмом числа b  по основанию a называют такую степень, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.

      Другими словами, логарифм числа b по основанию a – это такое число x, которое *является решением уравнения ax* *= b*

      Доказательство того, что решение уравнения существует и единственно, выходит за рамки школьной программы.

      Для логарифма числа b по основанию a используется обозначение:

log*ab*

      Таким образом, для всех действительных чисел  a и b, удовлетворяющих условиям a > 0; a ≠ 1; b > 0справедливо равенство

alogab= b,

которое часто называют основным логарифмическим тождеством.

      Замечание. Обратим особое внимание на то, что при решении уравнения *ax* *=b* мы ищем *показатель степени,*а при решении уравнения

xa= b.

мы ищем *основание степени*, которое вычисляется по формуле

begin mathsize 12px style x equals b to the power of 1 over a end exponent end style

и в случае, когда a – натуральное число, является *корнем натуральной степени из числа* b.

*Примеры.*

1. log2 - log54 = log = log3= -3log3 = -3;

2. log2 + log8 = log(2= log16 = log4 = 2log4 = 2.

3. log8 + 3log = log8 + log= log = log = log9= log= log3 =6log3 = 6.

4. log5 - log35 + log56 =log +log56 =log = log8 = log2=3log2 =3.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1  1. Вычислите:  1) ; 2) ;  3) ; 4) ; 5) ;  6) .  2. Выразите данный логарифм через натуральный и вычислите на микрокалькуляторе с точностью до 0,01  1) ; 2) .  3. Выразите  через логарифм по основанию 2.  4. Найти значение выражения:  1) ;  2) | Вариант 2  1. Вычислите:  1) ; 2) ;  3) ; 4) ; 5) ;  6) .  2. Выразите данный логарифм через десятичный и вычислите на микрокалькуляторе с точностью до 0,01  1) ; 2) .  3. Выразите  через логарифм по основанию 3.  4. Найти значение выражения:  1) ;  2) |
| Вариант 3  1. Вычислите:  1) ; 2) ;  3) ; 4) ; 5) ;  6) .  2. Выразите данный логарифм через натуральный и вычислите на микрокалькуляторе с точностью до 0,01  1) ; 2) .  3. Выразите  через логарифм по основанию 2.  4. Найти значение выражения:  1) ;  2) | Вариант 4  1. Вычислите:  1) ; 2) ;  3) ; 4) ; 5) ;  6) .  2. Выразите данный логарифм через десятичный и вычислите на микрокалькуляторе с точностью до 0,01  1) ; 2) .  3. Выразите  через логарифм по основанию 3.  4. Найти значение выражения:  1) ;  2) |

Критерии оценивания:

№1 - 6 баллов, №2 -2 балла, №3 – 2 балла, №4 -4 балла.

Итого 14 баллов:14 баллов – оценка «5», 10 баллов – оценка «4», 8 баллов – оценка «3», 7 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №7**

**«Решение логарифмических уравнений и неравенств»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки при решении логарифмических уравнений и

неравенств.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Свойства логарифмов», ручка.

**Теоретический материал**

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании, называется логарифмическим уравнением.

Простейшим логарифмическим уравнением является уравнение вида

|  |  |
| --- | --- |
| log*a* *x* = *b*. | (1) |

Утверждение 1. Если *a* > 0, *a* ≠ 1, уравнение (1) при любом действительном *b* имеет единственное решение *x* = *ab*.

Пример 1. Решить уравнения:

a) log2 *x* = 3,       b) log3 *x* = -1,       c) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log0x.gif

Решение.  
a) *x* = 23 или *x* = 8;     b) *x* = 3-1 или *x* = 1/3;     c) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log1x.gif или *x* = 1.

Уравнение log*a* *f*(*x*) = log*a* *g*(*x*)     (*a* > 0, *a* ≠ 1) равносильно одной из систем (очевидно, выбирается та система, неравенство которой решается проще)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) = *g*(*x*), |  | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) = *g*(*x*), |
| *f*(*x*) > 0, | *g*(*x*) > 0. |

Уравнение log*h*(*x*) *f*(*x*) = log*h*(*x*) *g*(*x*) равносильно одной из систем

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) = *g*(*x*), |  | http://www.math.md/school/praktikum/logr/t0x.gif | *f*(*x*) = *g*(*x*), |
| *h*(*x*) > 0, | *h*(*x*) > 0, |
| *h*(*x*) ≠ 1, | *h*(*x*) ≠ 1, |
| *f*(*x*) > 0, | *g*(*x*) > 0. |

Нужно подчеркнуть, что в процессе решения логарифмических уравнений часто используются преобразования, которые изменяют область допустимых значений (*ОДЗ*) исходного уравнения. Следовательно, могут появиться "чужие" решения или могут быть потеряны решения. Например, уравнения

*f*(*x*) = *g*(*x*)   и   log*a* *f*(*x*) = log*a* *g*(*x*)

или

log*a* [*f*(*x*)·*g*(*x*)] = *b*   и   log*a* *f*(*x*) + log*a* *g*(*x*) = *b*

вообще говоря, неравносильны (*ОДЗ* уравнений справа уже).

Следовательно, при решении логарифмических уравнений полезно использовать равносильные преобразования. В противном случае, проверка полученных решений является составной частью решения. Более того, необходимо учитывать и преобразования, которые могут привести к потере корней.

Приведем основные способы решения логарифмических уравнений.

I. Использование определения логарифма

Пример 2. Решить уравнения

|  |  |
| --- | --- |
| a) log2(5 + 3log2(*x* - 3)) = 3, | c) log(*x*- 2)9 = 2, |
| b) http://www.math.md/school/praktikum/logr/log14x.gif | d) log2*x*+ 1(2*x*2 - 8*x* + 15) = 2. |
|  |  |

Решение. a) Логарифмом положительного числа *b* по основанию *a* (*a* > 0, *a* ≠ 1) называется степень, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить *b*. Таким образом, log*ab* = *c*  *b* = *ac* и, следовательно,

5 + 3log2(*x* - 3) = 23

или

3log2(*x* - 3) = 8 - 5,       log2(*x* - 3) = 1.

Опять используя определение, получим

*x* - 3 = 21,     *x* = 5.

Проверка полученного корня является неотъемлемой частью решения этого уравнения:

log2(5 + 3log2(5 - 3)) = log2(5 + 3log22) = log2(5 + 3) = log28 = 3.

Получим истинное равенство 3 = 3 и, следовательно, *x* = 5 есть решение исходного уравнения.

b) Аналогично примеру [a)](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#a)), получим уравнение

http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr0x.gif

откуда следует линейное уравнение *x* - 3 = 3(*x* + 3) с решением *x* = -6. Сделаем проверку и убедимся, что *x* = -6 является корнем исходного уравнения.

c) Аналогично примеру [a)](http://www.math.md/school/praktikum/logr/logr.html#a)), получим уравнение

(*x* - 2)2 = 9.

Возведя в квадрат, получим квадратное уравнение *x*2 - 4*x* - 5 = 0 с решениями *x*1 = -1 и*x*2 = 5. После проверки остается лишь *x* = 5.

d) Используя определение логарифма, получим уравнение

(2*x*2 - 8*x* + 15) = (2*x* + 1)2

или, после элементарных преобразований,

*x*2 + 6*x*-7 = 0,

откуда *x*1 = -7 и *x*2 = 1. После проверки остается *x* = 1.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1.Решите уравнения и неравенства:

1) ;

2) ;

3) ;

4) ;

5) ;

6) ;

7) ;

8)

9)

2. Решить графически уравнение:

1) ;

2);

Вариант 2

1.Решите уравнения и неравенства:

1) ;

2) ;

3) ;

4) ;

5) ;

6) ;

7) .

8)

9)

2. Решить графически уравнение:

1) ;

2) .

Критерии оценивания:

№1 – 9 баллов, №2 - 4 балла.

Итого 13 баллов:13 баллов – оценка «5», 9 баллов – оценка «4», 7 баллов – оценка «3», 6 баллов и менее – оценка «2»

**Практическое занятие №8**

**«Основные тригонометрические тождества»**

***Цель:*** отработать навыки нахождения тригонометрических функции числового и углового аргумента, решения тригонометрических тождеств.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, ручка.

**Теоретическая часть**

Основные тригонометрические тождества

* sin² α + cos² α = 1
* tg α · ctg α = 1
* tg α = sin α ÷ cos α
* ctg α = cos α ÷ sin α
* 1 + tg² α = 1 ÷ cos² α
* 1 + ctg² α = 1 ÷ sin² α

Формулы сложения

* sin (α + β) = sin α · cos β + sin β · cos α
* sin (α - β) = sin α · cos β - sin β · cos α
* cos (α + β) = cos α · cos β - sin α · sin β
* cos (α - β) = cos α · cos β + sin α · sin β
* tg (α + β) = (tg α + tg β) ÷ (1 - tg α · tg β)
* tg (α - β) = (tg α - tg β) ÷ (1 + tg α · tg β)
* ctg (α + β) = (ctg α · ctg β + 1) ÷ (ctg β - ctg α)
* ctg (α - β) = (ctg α · ctg β - 1) ÷ (ctg β + ctg α)

Формулы двойного угла

* cos 2α = cos² α - sin² α
* cos 2α = 2cos² α - 1
* cos 2α = 1 - 2sin² α
* sin 2α = 2sin α · cos α
* tg 2α = (2tg α) ÷ (1 - tg² α)
* ctg 2α = (ctg² α - 1) ÷ (2ctg α)

Формулы тройного угла

* sin 3α = 3sin α - 4sin³ α
* cos 3α = 4cos³ α - 3cos α
* tg 3α = (3tg α - tg³ α) ÷ (1 - 3tg² α)
* ctg 3α = (3ctg α - ctg³ α) ÷ (1 - 3ctg² α)

Формулы понижения степени

* sin² α = (1 - cos 2α) ÷ 2
* sin³ α = (3sin α - sin 3α) ÷ 4
* cos² α = (1 + cos 2α) ÷ 2
* cos³ α = (3cos α + cos 3α) ÷ 4
* sin² α · cos² α = (1 - cos 4α) ÷ 8
* sin³ α · cos³ α = (3sin 2α - sin 6α) ÷ 32

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 вариант | 2 вариант |
| 1.Допишите формулу | |
| Основное тригонометрическое тождество а*) 1* | Из основного тригонометрического тождества следует 1+ctg2α=... |
| 2.Упростите выражение: | |
| = … | =… |
| 3.Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая | |
| через : . | *cos α* через : *cos α=…* |
| Тангенсом угла  называется отношение . | Котангенсом угла α называется  c. |
| Из определения tgα,ctgα следует:  . | Соотношение между *tgα* и *cosα*: |
| 4.Преобразуйте выражения: | |
| = … | … |
| 5.На координатной плоскости укажите знаки функции синус: | 5.На координатной плоскости укажите знаки функции косинус: |
| 6.Найдите значения выражений: | |
| … | … |
| 7.Выразите с помощью формул приведения: | |
|  |  |
| 8.Вычислите: | |
| … | … |
| =… | =… |
| 9.Упростите: | |
| … | … |
| … | … |
| 10.Преобразуйте в произведения: | |
| … | … |
| 11.Вычислите: | |
| а)  б)  в)  г) | а)  б)  в)  г) |
| 12. Вычислите значение функций cosα; tgα; ctgα, если: | |
|  |  |
| 13. Упростить выражение: | |
|  |  |
| 14. Докажите тождества: | |
|  |  |

Критерии оценивания:

№1 - №7 - 1 балл, №8 - №9 - 2 балла, №10 -1 балл, №11 - 4 балла, №12 - 2 балла, №13 - 3 балла, №14 -3 балла.

Итого 24 баллов:24 балла – оценка «5», 19 баллов – оценка «4», 15 баллов – оценка «3», 14 баллов и менее – оценка «2»

**Практическое занятие №9**

**«Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства»**

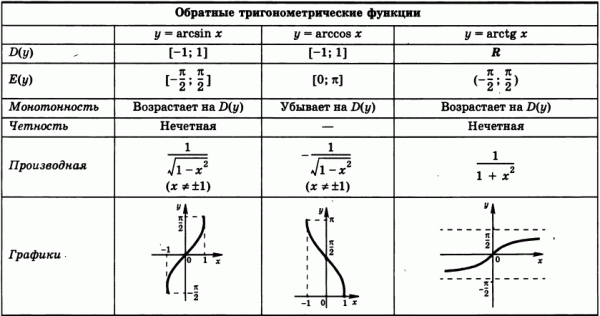
***Цель*:-** отработать навыки нахождения значения обратных тригонометрических функций при решении простейших уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции различными методами;

-отработать навыки решения простейшие тригонометрических уравнений и неравенств,

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Таблица тригонометрических значений», ручка.

**Теоретическая часть**

Определение обратных тригонометрических функций



**Тригонометрическими уравнениями** называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком тригонометрических функций. К их числу относятся простейшие тригонометрические уравнения, т. е. уравнения вида:

sin x = a, cos x = a, tg x = а, где а — действительное число.

1) если \a\ < 1, то решения уравнения cos x — а имеют вид

х = ±arccos a + 2πп;

2) если \a\ < 1, то решения уравнения sin x = а имеют вид

х = (-1)n arcsin a + πп, или, что то же самое,

х = arcsin a + 2πk, x = π – arcsin a + 2πк;

3) если \а\ > 1, то уравнения cos x = a, sin x = а не имеют решений;

4) решения уравнения tg x = а для любого значения а имеют вид

х = arctg a + πп;

5) частные случаи:

sin x = 0, х = πп; sin x = 1, х =  + 2πn;

sin x = -1, х = - + 2πn;

cos x = 0, х =  + πn;

cos x = 1, х = 2πn; cos x = - 1, х = π + 2πn.

Два тригонометрических выражения, соединенных между собой знаками «>» или «<», называются тригонометрическими нера­венствами. Тригонометрическое неравенство может быть тождест­венным (безусловным) и условным.

Тождественные неравенства доказываются, а условные — реша­ются. Тригонометрическое неравенство называется тождественным, или безусловным, если оно справедливо при всех допустимых зна­чениях неизвестных, входящих в неравенство.

Например:

1)  при всех xR, кроме ;

2) при всех xR;

3) 

Тригонометрическое неравенство называется условным, если оно справедливо не при всех значениях неизвестных, входящих в неравенство.

Например:

1)  , что выполняется только на отрезках 

2) , что выполняется только на отрезках

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1. Упростите выражение: а) arccos б)-arcsin;

2. Решите уравнение:

а) arcsinx=

б) arcsinx = arcctgx; в) arccos(x+1) = arcctgx;

3.Решите уравнения:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

4.Решите неравенство:

1.

2.

3.

4.

5.

Вариант 2.

1. Упростите выражение:

а) arcsinб)arcsin.

2. Решите уравнение:

а) arcsinx=-

б) arcsinx = arccosx; в) arcsin(x+1) = arctgx;

3.Решите уравнения:

1

2

3

4

5

4.Решите неравенство:

1.

2.

3.

4.

5. 

Критерии оценивания:

№1 – 2 балла,№2 -3 балла, №3 -5 баллов, №4 -5 баллов.

Итого 15 баллов:15 баллов – оценка «5», 10 баллов – оценка «4», 7 баллов – оценка «3», 6 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №10**

**«Решение тригонометрических уравнений, неравенств и систем»**

***Цель:*** отработать навыки различать виды тригонометрических уравнений, неравенств и систем, обобщить знания о методах решения тригонометрических уравнений*,* неравенств и систем.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Таблица тригонометрических значений», ручка.

**Теоретическая часть**

Синусом угла называется ордината точки угла на тригонометрическом круге, соответствующей числу угла . Обозначают ;

Косинусом угла называется абсцисса точки на тригонометрическом круге, соответствующей числу . Обозначают .

Тангенсом угла называется отношение ординаты точки к ее абсциссе. Обозначают .

Котангенсом угла называется отношение абсциссы точки к ее ординате. Обозначают .

Уравнение называется тригонометрическим, если неизвестная величина входит в него как аргумент тригонометрической функции. Решить тригонометрическое уравнение - это значит найти все его корни. Простейшими тригонометрическими уравнениями называются уравнения sin x = m, cos x = m, , , где m – данное число.

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| Уравнение | Общее решение (корни) |
| cos x = m |  |
| sin x = m |  |
| tg x = m |  |
| ctg x = m |  |

Однородным тригонометрическим уравнением первой степени называется уравнение вида:

Для его решения обе части уравнения делим на . При по членном делении получим уравнение вида:

(\*)

Преобразовывая уравнение (\*) получаем простейшее уравнение:

, где .

Однородным тригонометрическим уравнением второй степени называется уравнение вида:

Для его решения обе части уравнения делим на . При по членном делении получим уравнение:

(\*\*)

Уравнение (\*\*) сводится к квадратному с помощью подстановки .

При решении тригонометрических уравнений используют основные формулы тригонометрии.

Задача 1. Решите простейшие тригонометрическое уравнение: .

Решение: Согласно формуле (1) находим:

Задача 2. Решите простейшие тригонометрическое уравнение:

Решение: Функция синус нечетна. Поэтому . По формуле (2)

Так как , имеем:

Задача 3. Решите уравнение: 2 sin x+ 3 cos x = 0.

Решение:

2 sin x+ 3 cos x = 0 | : cos x ≠ 0

2 tg x + 3 =0

tg x = -1,5

х= arctg (-1,5) + πk, k Z или х = - arctg 1,5 + πk, k  Z

Ответ: - arctg 1,5 + πk, k  Z.

Задача 4. Решите уравнение: 2 sin2 х - 3 sinх cos х - 5 cos2х =0

Решение: 2 sin2 х - 3 sinх cos х - 5 cos2х =0

2 sin2 х - 3 sinх cos х - 5 cos2х =0 | : cos2х ≠ 0

2 tg 2x - 3 tg x - 5 = 0

замена tg x = t

2 t2 – 3 t – 5 =0

t1 = -1; t2  = 2,5

Решением уравнения tg х = -1 являются числа вида х = -π/2 + πk , k  Z.

Решением уравнение tg х = 2,5 являются числа вида х = arctg 2,5+ πn, n  Z.

Ответ: -π/2 + πk , arctg 2,5+ πn, n, k  Z.

Задача 4. Решить уравнение sin x + cos x = 1

Решение: sin x + cos x = 1



Ответ: 

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 вариант | 2 вариант |
| 1. Решить уравнение, сделав подстановку: | |
| 1) ;  2) ; | 1) ;  2) ; |
| 2. Решить уравнение методом разложения на множители: | |
| 1) ;  2) ; | 1) ;  2) . |
| 3. Решите уравнение, упростив левую часть: | |
| 1) ;  2) ; | 1) ;  2) ; |
| 4. Решите неравенство: | |
| https://pandia.ru/text/79/015/images/image011_17.gif | https://pandia.ru/text/79/015/images/image018_9.gif |
| 5.Решите систему уравнений | |
| Ð¡Ð¸ÑÑÐµÐ¼Ð° ÑÑÐ°Ð²Ð½ÐµÐ½Ð¸Ð¹. Ð§Ð°ÑÑÑ Ð¡! | http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1712.jpg |

Критерии оценивания:

№1 -№3 -2 балла, №4- 1 балл, №5-1 балл.

Итого 8 баллов:8 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 4 балла – оценка «3», 3 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №11**

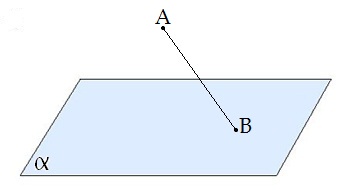
**«Перпендикуляр и наклонная к плоскости»**

***Цель:****-*рассмотреть связь между перпендикуляром, наклонной, проекцией наклонной;

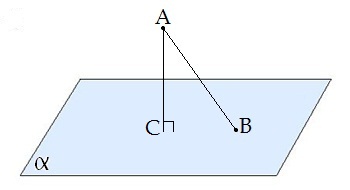
-систематизировать и закрепить знания и умения в ходе решения задач.

**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 10 класс, тетрадь для выполнения практическое занятие, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретическая часть**

Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости. Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется основанием наклонной.

AB - наклонная.  
B - основание наклонной.

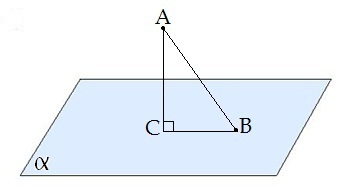
Перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости. Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется основанием перпендикуляра.

AC - перпендикуляр.

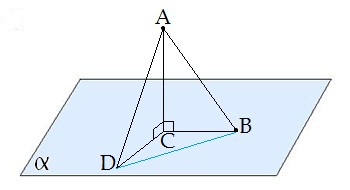
C - основание перпендикуляра.

 Расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости. Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется проекцией наклонной.

CB - проекция наклонной AB на плоскость α.

Треугольник ABC прямоугольный.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и её проекцией на плоскость CBA - угол между наклонной AB и плоскостью α.Если AD>AB, то DC>BC

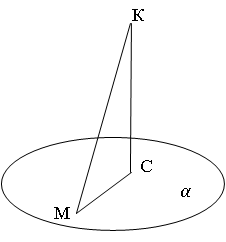
 Если из данной точки к данной плоскости провести несколько наклонных, то большей наклонной соответствует большая проекция.DAB - угол между наклонными  
DCB - угол между проекциями наклонных  
Отрезок DB - расстояние между основаниями наклонных.

Применение знаний при решении типовых заданий.

Задача1.

Из точки К, на расстоянии 9 см, к плоскости опущен перпендикуляр КС и проведена наклонная КМ, равная 15 см.

Найти проекцию наклонной. ( Устно, менять условие, найти наклонную, найти перпендикуляр)

Решение:

Рассмотрим прямоугольный треугольник КСМ: (КС-перпендикуляр, по условию), по теореме Пифагора:

=12 (см)

Ответ: Проекция наклонной МС=12 см.

Задача2

К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 8 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.

Решение:

В

А

О

Рассмотрим треугольник АВО: прямоугольный, ВО-

расстояние от точки В до плоскости перпендикулярно АО. Следовательно угол В=30, а АО =4 см, как катет лежащий против угла в 30.

По теореме Пифагора:

В = (см)

Ответ: 4 см.

Задача 3

АВ перпендикулярно плоскости α. Наклонная AС  образует с плоскостью α , угол 60, а наклонная АD равна . Длина проекции наклонной ВD равна 2 см.

Вычисли длину наклонной АС.

А

Решение:

D

Рассмотрим о теореме Пифагора:

;

С

В

АВ=.

Угол АСВ = 60(по условию), следовательно САВ=30.

Рассмотрим , ;

АС =;

АС = 2.

Ответ: 2см.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1) Прямая*a* пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. В∈*a*, точка А - проекция точки В на плоскость β. ВC=12 см. Найдите ВА

2) К плоскости α проведена наклонная AС (A∈α). Длина наклонной равна 24 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка С.

3) Наклонная AК с плоскостью α образует угол 30, а наклонная КC с плоскостью α образует угол 45. Длина перпендикуляра КB равна 12 см.

Вычислите длины наклонных.

Вариант 2

1) К плоскости α проведена наклонная, длина которой равна 25 см, проекция наклонной равна 15 см . На каком расстоянии от плоскости находится точка, из которой проведена наклонная?

2) К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 45°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.

3) Проекции наклонных AD и DC на плоскости α равны соответственно 8 см и 4 см, а угол между ними равен  120°. Вычислите расстояние между концами проекций наклонных.

Вариант 3

1) Прямая *a* пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈*a*, точка N - проекция точки P на плоскость β. PN=5 см. Найдите PC.

2) К плоскости α проведена наклонная AC (A∈α). Длина наклонной равна 16 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка C.

3) Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45.Длина перпендикуляра DB равна 32 см.

Вычислите длины наклонных.

Вариант 4

1) Прямая *a* пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈*a*, точка F - проекция точки P на плоскость β. PC=14 см. Найдите PF.

2) К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 12 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычислите, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.

3) Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45. Длина перпендикуляра DB равна 22 см.

Вычислите длины наклонных.

Задание 4 (для всех вариантов): верно ли утверждение (да или нет)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | Углом между двумя пересекающимися прямыми называется угловая мера меньшего из образовавшихся между ними углов. | 4. | Углом между прямой и плоскостью называется угол между этой прямой и перпендикуляром к плоскости. |
| 2. | Угол между параллельными прямыми равен 180. | 5. | Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися параллельными им прямыми. |
| 3. | Скрещивающиеся прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90. | 6. | Углом между прямой и плоскостью называется угол между этой прямой и ее проекцией на плоскость. |

Задание 5 (для всех вариантов): заполните пропуски

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | Пересечение угла, образованного двумя плоскостями и плоскости,... к линии их пересечения, является углом между плоскостями.   1. Перпендикулярной. 2. Параллельной. 3. Наклонной. | 4. | Углом между двумя скрещивающимися прямыми называется угол между двумя пересекающимися прямыми, соответственно … данным скрещивающимся прямым.   1. Перпендикулярными. 2. Параллельными. |
| 2. | Углом между двумя пересекающимися прямыми называют величину … из углов, определяемых этими прямыми.  1. Одного. 2. Меньшего. 3. Большего. | 5. | Угол между двумя пересекающимися плоскостями … от выбора секущей его плоскости, перпендикулярной линии пересечения данных плоскостей.  1. Не зависит. 2. Зависит. |
| 3. | Угол между параллельными плоскостями считается равным …  1. Нулю.  2. 180.  3. 90. | 6. | Угол между … плоскостями считается равным нулю.   1. Пересекающимися. 2. Перпендикулярными. 3. Параллельными. |

Критерии оценивания: №1 -1 балл, №2 -2 балла, №3 -3 балла, №4 -1 балл, №5 -1 балл. Итого 8 баллов:8 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №12**

**«Взаимное расположение прямых и плоскостей»**

***Цель :****-*рассмотреть возможные случаи взаимного расположения прямых и

плоскостей в пространстве;

-сформировать навыки чтения и построения чертежей пространственных

конфигураций;

-применить полученные знания к решению геометрических задач.

**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретическая часть**

Аксиомы стереометрии

* А1: Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.
* А2: Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости, т.е. прямая лежит в плоскости или плоскость проходит через прямую.
* А3: Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.
* *Следствия из аксиом*

Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

Взаимное расположение прямых в пространстве

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Прямые лежат в одной плоскости | | Прямые лежат в разных плоскостях |
| Прямые параллельны  Лежат в одной плоскости и не пересекаются | Прямые пересекаются  Имеют только одну общую точку | Прямые скрещиваются |

*Взаимное расположение плоскостей в пространстве*

**α**

**β**

Плоскости пересекаются

Плоскости параллельны

**α**

**β**

*Признак параллельности плоскостей*

Теорема. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

*Признак перпендикулярности плоскостей*

Теорема. Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните тест.

1. Сколько прямых можно провести через одну точку пространства?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Две.

          4) Бесконечно много.

2. Сколько плоскостей можно провести через одну точку пространства?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Две.

          4) Бесконечно много.

3. Сколько прямых можно провести через две точки пространства?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Две.

          4) Бесконечно много.

4. Сколько плоскостей можно провести через две точки пространства?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Две.

          4) Бесконечно много.

5. Сколько прямых можно провести через различные пары из трех точек пространства, не принадлежащих одной прямой?

          1) Ни одной.

          2) Три.

          3) Шесть.

          4) Бесконечно много.

6. Сколько плоскостей можно провести через три точки пространства, не принадлежащие одной прямой?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Три.

          4) Бесконечно много.

7. Сколько плоскостей можно провести через три точки пространства, принадлежащие одной прямой?

          1) Ни одной.

          2) Одну.

          3) Три.

          4) Бесконечно много.

8. Сколько общих точек имеют две пересекающиеся плоскости?

          1) Одну.

          2) Две.

          3) Три.

          4) Бесконечно много.

9. В каком случае центры трех шаров принадлежат одной плоскости?

          1) Радиусы шаров совпадают.

          2) Центры шаров принадлежат одной прямой.

          3) Всегда.

          4) Никогда.

10. Сколько плоскостей можно провести через три вершины куба?

          1) Одну.

          2) Три.

          3) Шесть.

          4) Бесконечно много.

11. Какое наибольшее число прямых можно провести через различные пары из четырех точек пространства?

          1) Четыре.

          2) Пять.

          3) Шесть.

          4) Восемь.

12. Какое наибольшее число прямых можно провести через различные пары из пяти точек пространства?

          1) 5.

          2) 10.

          3) 15.

          4) 25.

13. Найдите число диагоналей прямоугольного параллелепипеда.

          1) 2.

          2) 4.

          3) 6.

          4) 8.

14. Найдите число диагоналей 6-угольной призмы.

          1) 6.

          2) 12.

          3) 9.

          4) 18.

15. Какой многоугольник лежит в основании пирамиды, имеющей 12 ребер?

          1) Треугольник.

          2) Четырехугольник.

          3) Шестиугольник.

          4) Двенадцатиугольник.

16. Какой многоугольник лежит в основании призмы, имеющей 36 ребер?

          1) Шестиугольник.

          2) Девятиугольник.

          3) Двенадцатиугольник.

          4) Тридцатишестиугольник.

17. Призма имеет 18 вершин. Какой многоугольник лежит в ее основании?

          1) Треугольник.

          2) Шестиугольник.

          3) Девятиугольник.

          4) Восемнадцатиугольник.

18. Пирамида имеет 10 вершин. Какой многоугольник лежит в ее основании?

          1) Пятиугольник.

          2) Шестиугольник.

          3) Восьмиугольник.

          4) Девятиугольник.

19. Призма имеет 18 диагоналей. Определите ее вид.

          1) Треугольная.

          2) Шестиугольная.

          3) Девятиугольная.

          4) Восемнадцатиугольная.

20. Сколько диагоналей имеет 7-угольная пирамида?

          1) Ни одной.

          2) 6.

          3) 7.

          4) 14.

21. Даны две параллельные прямые *a*и *b*. Через прямую *a*проходит плоскость , не совпадающая с плоскостью данных прямых. Определите взаимное расположение прямой *b*и плоскости http://geometry2006.narod.ru/Didakt10-11/Test1.files/image002.gif.

          1) *b*лежит в плоскости http://geometry2006.narod.ru/Didakt10-11/Test1.files/image002.gif.

          2) *b*пересекает плоскость http://geometry2006.narod.ru/Didakt10-11/Test1.files/image002.gif.

          3) *b*параллельна плоскости http://geometry2006.narod.ru/Didakt10-11/Test1.files/image002.gif.

          4) Нельзя определить.

22. Какое наибольшее число плоскостей можно провести через различные пары из трех параллельных прямых?

          1) Одну.

          2) Две.

          3) Три.

          4) Шесть.

23. Какое наибольшее число плоскостей можно провести через различные пары из четырех параллельных прямых?

          1) Одну.

          2) Две.

          3) Четыре.

          4) Шесть.

24. Через каждую из двух параллельных прямых проведена плоскость. Эти две плоскости пересекаются. Как расположена их линия пересечения относительно данных прямых?

          1) Параллельна им.

          2) Пересекает их.

          3) Совпадает с одной из них.

          4) Скрещивается с ними.

25. Даны две скрещивающиеся прямые *a*и *b* и точка *A*, принадлежащая прямой *a*. Как расположена прямая *a* по отношению к проходящей через точку *A* и прямую *b*плоскости?

          1) Прямая *a* пересекает плоскость.

          2) Прямая *a* параллельна плоскости.

          3) Прямая *a* лежит в плоскости.

          4) Нельзя определить.

26. Даны скрещивающиеся прямые *c*и *d*и точка *K*. Как относительно друг друга расположены плоскости, проходящие через точку *K*и прямую *c* и точку *K*и прямую *d*?

          1) Совпадают.

          2) Пересекаются.

          3) Параллельны.

          4) Нельзя определить.

27. Плоскость  пересекается с прямой *a*, которая параллельна плоскости . Как расположены относительно друг друга плоскости http://geometry2006.narod.ru/Didakt10-11/Test1.files/image002.gif и β?

          1) Параллельны.

          2) Совпадают.

          3) Пересекаются.

          4) Нельзя определить.

28. Найдите геометрическое место прямых, пересекающих две данные параллельные прямые.

          1) Параллельная им прямая, лежащая в плоскости данных прямых.

          2) Плоскость данных прямых.

          3) Прямая, параллельная плоскости данных прямых.

          4) Две пересекающиеся прямые.

29. Найдите геометрическое место прямых, проходящих через данную точку и параллельных данной плоскости.

          1) Прямая, параллельная данной плоскости и проходящая через данную точку.

          2) Две прямые, параллельные данной плоскости и проходящие через данную точку.

          3) Плоскость, параллельная данной плоскости и проходящая через данную точку.

          4) Окружность, проходящая через данную точку.

30. В каком случае параллельной проекцией двух параллельных прямых являются две точки?

          1) Прямые параллельны плоскости проектирования.

          2) Прямые параллельны направлению проектирования.

          3) Плоскость прямых совпадает с плоскостью проектирования.

          4) Плоскость прямых не параллельна направлению проектирования.

31. Отрезок параллелен плоскости проектирования. Сравните его длину *a* с длиной его проекции *a’*.

          1) *a* < *a’*.

2) *a* > *a’*.

          3) *a = a’*.

          4) *a’ =* 0.

32. Параллельной проекцией куба является квадрат. Как расположен куб относительно направления и плоскости проектирования?

          1) Два ребра параллельны плоскости проектирования.

          2) Две грани параллельны плоскости проектирования.

          3) Четыре ребра параллельны направлению проектирования.

          4) Две грани параллельны плоскости проектирования и четыре ребра параллельны направлению проектирования.

33. Найдите угол между пересекающимися диагоналями граней куба.

          1) 300.

          2) 450.

          3) 600.

          4) 900.

34. В кубе *A…D*1 найдите угол между прямыми *AD*1 и *CB*1.

          1) 300.

          2) 450.

          3) 600.

          4) 900.

35. Найдите геометрическое место прямых, перпендикулярных данной прямой и проходящих через данную на ней точку.

          1) Прямая, перпендикулярная данной прямой и проходящая через данную точку.

          2) Плоскость, перпендикулярная данной прямой.

          3) Плоскость, параллельная данной прямой.

          4) Плоскость, перпендикулярная данной прямой и проходящая через данную точку.

Критерии оценивания: №1 - №35 - 1балл.

Итого 35 баллов: 35-33 балла – оценка «5», 30 баллов – оценка «4», 20 баллов – оценка «3», 19 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие № 13**

**«Правильные многогранники»**

***Цель:*** закрепить знания и совершенствовать умения в решении геометрических задач на пространственные фигуры*.*

**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, макеты пространственных фигур, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретическая часть**

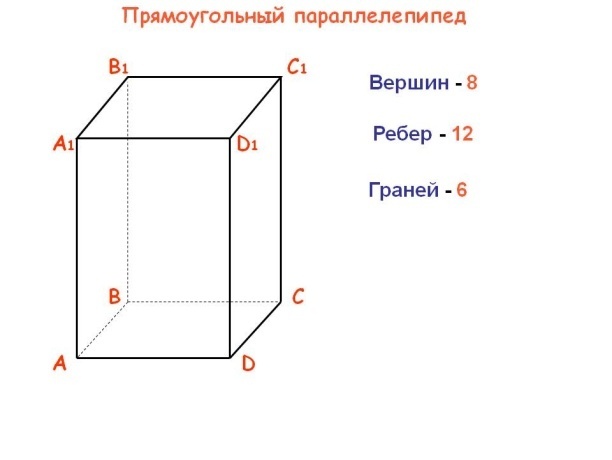
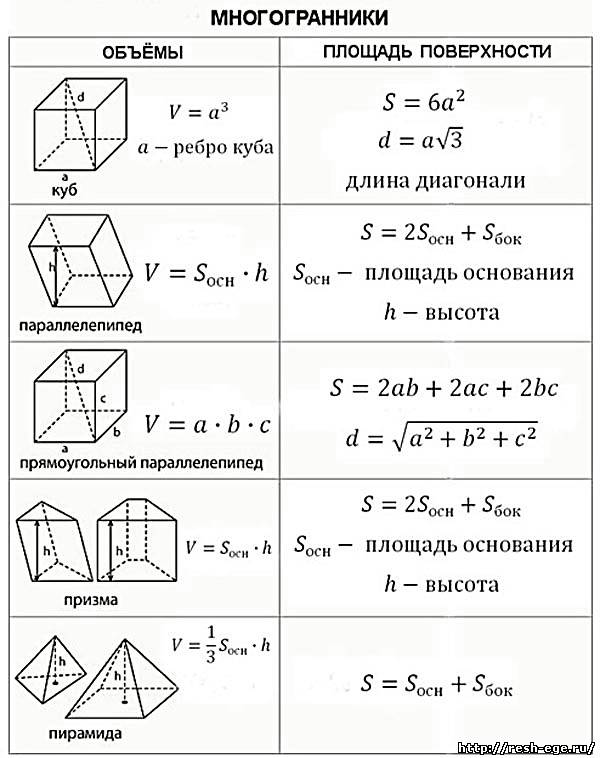
Правильный многогранник -выпуклый многогранник, грани которого являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине которого сходится одно и то же число ребер.

Призма - это многогранник, две грани которого, многоугольники по форме, являются основаниями, остальные грани (боковые грани) имеют форму параллелограмма.

Правильной призмой - является призма, у которой в основаниях правильные многоугольники, а боковые грани равные прямоугольники.

Параллелепипед – многогранник, у которого шесть граней и каждая из них параллелограмм. Прямоугольный параллелепипед – это параллелепипед, у которого все грани прямоугольники.

Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоугольник, при этом вершина такой пирамиды проецируется в центр ее основания.



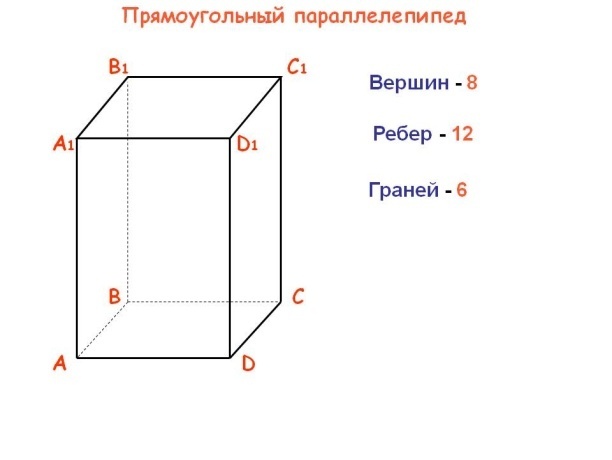
Задача 1. Нарисовать параллелепипед. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани параллелепипеда.

Решение**:**

1) Вершины: A, B, C, D, A1, B1, C1, D1.

2) Ребра: AB, BC, CD, DA, A1B1, B1C1, C1D1, D1A1, AA1, BB1, CC1, DD1.

3) Грани: ABCD, A1B1C1D1, ABB1A1, BCC1B1, CDD1C1, ADD1A1.

Задача 2. ABCDA1B1C1D1 – прямоугольный параллелепипед, стороны основания которого 10 см и 15 см, а его боковое ребро равно 6 см. Найти параллелепипеда.

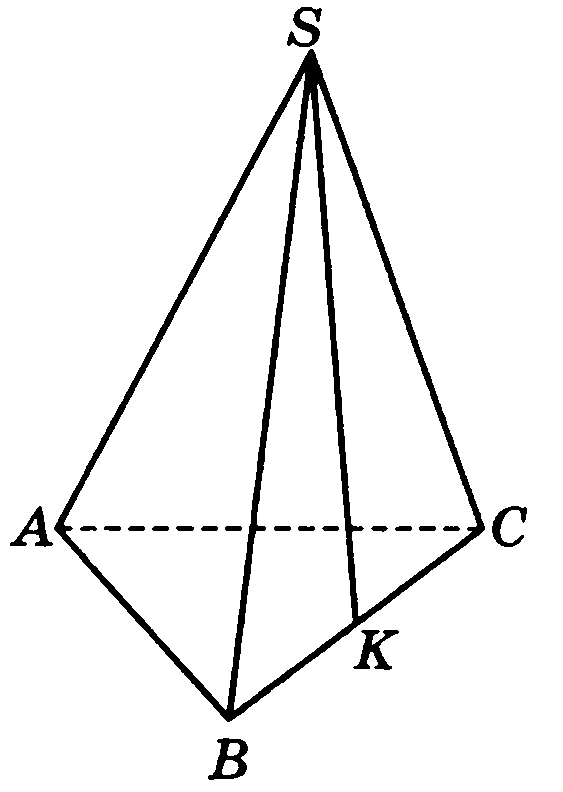
Дано: ABCDA1B1C1D1 – прямоугольный параллелепипед

АВ=10 см, ВС=15 см, АА1=6 см

Найти:

Решение:

*Ответ:*

Задача 3. В основании правильной пирамиды – треугольник со стороной 12 см. Высота боковой грани равна 20 см. Найти пирамиды.

Дано: SABC – правильная пирамида

АВ=12 см, SК=20 см

Найти:

Решение:

Так как в основании правильный треугольник, то , отсюда следует

*Ответ:*

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1. Нарисовать пирамиду, в основании которой лежит треугольник. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани пирамиды. | 1. Нарисовать треугольную призму, боковые ребра которой, перпендикулярны основанию. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани призмы. |
| 2. Ребро куба равно 4 см. Найти и V куба. | 2. Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 3 см., а высота боковой грани равна 4 см. Найти и V пирамиды. |
| 3. В основании пирамиды лежит ромб с диагоналями 12 мм 16 мм, а высота боковой грани равна 20 мм. Найти и V пирамиды. | 3. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найти и V призмы. |
| 4. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, длина бокового ребра 8 см. Найти и V призмы. | 4. Основание пирамиды – квадрат АВСD со стороной 4 см. Боковое ребро SB перпендикулярно основанию и равно 3 см. Найти и V пирамиды. |

Критерии оценивания: №1 -1 балл, №2 - №3- 2 балла, №4 – 3 балла.

Итого 8 баллов:8 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 3 балла – оценка «3», 2 балла и менее – оценка «2».

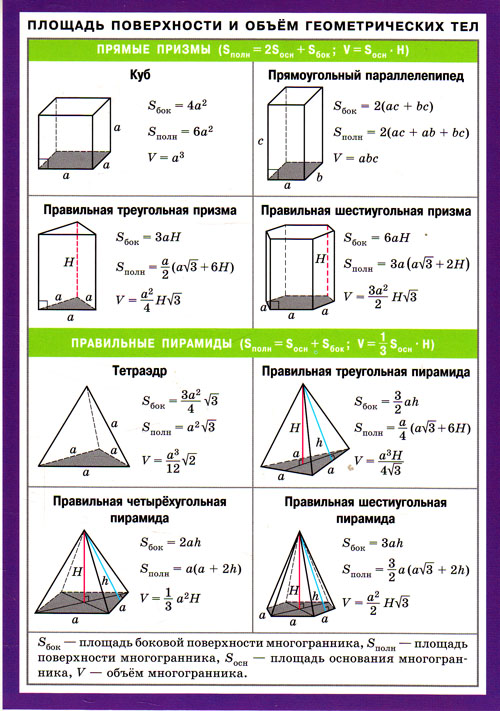
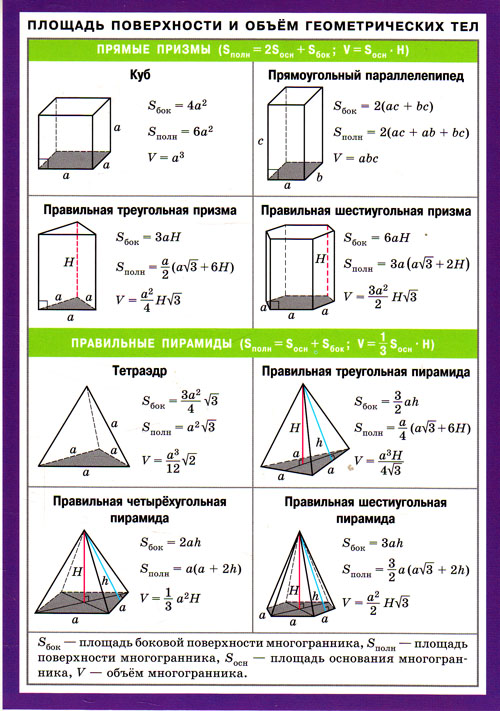
**Практическое занятие №14**

**«Вычисление площадей и объемов многогранников»**

***Цель :***сформировать знания и умения вычислять площади и объемы фигур в пространстве при решении задач;

**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, макеты пространственных фигур, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретическая часть**



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 2. Объем параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.

3. В правильной треугольной пирамиде медианы основания пересекаются в точке . Площадь треугольника равна 9; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка .

4. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.

5. В правильной треугольной пирамиде медианы основания пересекаются в точке Площадь треугольника равна 2, объем пирамиды равен 4. Найдите длину отрезка

Вариант 2

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 7 и 3. Объем параллелепипеда равен 63. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.

2. В правильной треугольной пирамидеSABC, P – середина ребра AB, S – вершина. Известно, что BC=5, а SP =6. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?

4. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6, боковое ребро равно 10. Найдите ее объем.

Критерии оценивания:

№1 -1 балл, №2 - №3- 2 балла, №4 - №5 – 3 балла.

Итого 11 баллов:11 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №15**

**«Предел последовательности»**

***Цель:*** сформировать навыки и умения находить пределы последовательностей и пределы функций.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Таблица пределов основных элементарных функций», ручка.

**Теоретическая часть**

Пусть существует последовательность действительных чисел .

Число а называется пределом последовательности



*Пример 1*. Вычислить предел 

*Решение* 

*Пример* 2. Вычислить предел 

*Решение* 

Число *А* называют *пределом функции* *f*(*x*) при  (и пишут ), если для любого  найдется число  зависящее от , такое, что для всех , удовлетворяющих условию , выполняется неравенство 

Теоремы о пределах:

1.  (*c*=const).

2. Если  то:







*Первый замечательный предел*: 

*Второй замечательный предел* (число *е* = 2,718…):

 или 

*Замечательные пределы:*

*Пример 3* Вычислить предел 

*Решение* 

*Пример 4* Вычислить предел 

*Решение* 

Чтобы найти предел элементарной функции  нужно предельное значение аргумента подставить в функцию и посчитать. При этом, если *х*=*х*0 принадлежит области определения функции, то значение предела будет найдено, оно равно значению функции в точке *х*=*х*0. При вычислении пределов полезно использовать следующие соотношения. Если  то, учитывая свойства б.б. и б.м. функций, получим:

еслиесли *a*>1.

Случаи, в которых подстановка предельного значения аргумента   
в функцию не дает значения предела, называют неопределенностями;   
к ним относятся неопределенности видов: 

*Пример 5*. Вычислить предел 

*Решение* 

*Пример 6* Вычислить предел 

*Решение* 

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант1. Вычислить пределы последовательностей:



Вариант 2. Вычислить пределы функций:



Вариант 3. Вычислить пределы функций, используя замечательные пределы:



Критерии оценивания:

№1 - №3 - 1 балл, №4 - №6 - 2 балла, №7 - №9 -3 балла

Итого 18 баллов:18 баллов – оценка «5», 9 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №16**

**«Производные основных элементарных функций»**

***Цель :*** формирование практических навыков нахождения производных

элементарных функций

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практическогозанятия, раздаточный материал «Таблица формул производных элементарных функций», ручка.

**Теоретическая часть**

Производной функции  называется конечный предел отношения приращения функции  к приращению независимой переменной  при стремлении последнего к нулю: Обозначения производной в точке х0:

 и другие.

Если функция в точке х0 (или на промежутке Х) имеет конечную производную, то функция называется дифференцируемой в этой точке (или на промежутке Х).

Процесс отыскания производной называется дифференцированием.

Правила дифференцирования

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № пп | U = u(x), V=V(x) —  дифференцируемые функции | № пп | U = u(x), V=V(x) —  дифференцируемые функции |
| I |  | VI | Производная сложной функции |
| II |  | VII | Функция задана параметричес-кими уравнениями |
| III |  |
| IV |  | VIII | Если  и  — взаимно обратные функции,  то |
| V |  |

Пример 1.

Найдите производную функции  .

Решение.

Пример 2.

Найдите производную функции .

Решение. Преобразуем каждое слагаемое к виду , получим

.

.

Пример 3. Найдите первую и вторую производные функции .

Решение.

,

. Пример 4. Найдите производную функции .

Решение.

 Пример 5. Найдите производную функции .

Решение.



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1.Найдите производные следующих функций:

1)  2) 

3)  4) 

5)  6)  7) 

8)  9)  10) 

11)  12) 13)  14)

2.Найдите вторую производную:

1)  2)  3) 

Критерии оценивания:

Задание 1. №1 - №14 - 1 балл, Задание 2. №1 - №3 - 2 балла.

Итого 20 баллов: 20 баллов – оценка «5», 14 баллов – оценка «4», 10 баллов – оценка «3», 9 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №17**

**«Производные сложной и обратной функции»**

***Цель* : -**обобщить и систематизировать умения нахождения производных

сложной и обратнойфункций;

-применить полученные знания к составлению уравнения касательной к графику

функции и решению прикладных задач.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Таблица формул производных обратных функций», ручка.

**Теоретический материал**

1.Повторите теоретический материал 42-43,стр.369-374

Примеры и последовательность выполнения заданий.

*Пример 1 Найти производную функции*  http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_577.png

По свойству *дифференцирования сложной функции* вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную под логарифмической функции:

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_578.png

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_579.png

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_580.png

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_581.png

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_582.png

Знаменатель дроби можно свернуть по *формуле квадрат разности*, а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_583.png

сокращаем:

http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_584.png *Ответ.* http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/images/derivative/primeri_584.png

*Пример 2*

*Написать уравнение касательной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x0 :*

*а) f(x)=x2+x+1, x0=1*

*Решение:*

*а) f(x0)=12+1+1=3*

*f ’(x)=2x+1*

*f ’(x0)=21+1=3*

*Т.к. y=f(x0)+ f ’(x0)(x-x0) уравнение касательной,то получим:*

*y=3+3(x-1), y=3+3x-3, y=3x*

*Ответ: y=3x*

*Пример 3. Материальная точка движется прямолинейно по закону {1/3}t^3-3t^2-5t+3, где  x(t)— расстояние от точки отсчета в метрах,  t— время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?*

*Решение.*

Найдем производную функции  {1/3}t^3-3t^2-5t+3:

{x}prime(t)= t^2-6t-5

По условию, скорость точки равна 2 м/с, значит, значение производной в момент времени t_0 равно 2.

Получаем уравнение:

{x}prime(t_0)= {t_0}^2-6{t_0}-5=2

Решим его:

{t_0}^2-6{t_0}-5=2 , {t_0}^2-6{t_0}-5-2=0 ,{t_0}^2-6{t_0}-7=0

t_1=7, t_2=-1 – не подходит по смыслу задачи: время не может быть отрицательным.

*Ответ: 7*

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

Задание 1. Найдите производную функции

1. http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1216.gif
2. http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1218.gif
3. http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1220.gif

4) y=arccos(1−2x)

5) y=arctan(1/x)

Задание 2. Найдите значение производной функции

а) y=sin (4x-) в точке x0=

б) y=ln (2-x) в точке x0=-1

в) y=e2x-1 в точке x0=

г) y= в точке x0=2

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x0:

а) y=x2-2x , x0=3

б) y=sin x , x0=

Задание 4.

1) Тело движется по прямой так, что расстояние S до него от некоторой точки А этой прямой изменяется по закону

S = 0,5t2 + 3t+ 4(м), где t — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

2) Материальная точка движется прямолинейно по закону x(t)= x3+2x2-3x+7, где  x(t) — расстояние от точки отсчета в метрах,  t— время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 4 м/с?

Вариант 2.

Задание 1. Найдите производную функции

1) http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1222.gif

2) http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1224.gif

3) http://festival.1september.ru/articles/519269/Image1226.gif

4) y=arcsin(5−8x)

5) y=arctan(9/x)

Задание 2. Найдите значение производной функции

а) y=cos(4x-) в точке x0=

б) y=ln(3-x) в точке x0=-2

в) y=e3x-1 в точке x0=

г) y= в точке x0=2

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x0:

а) y=x3+3x , x0=3 б) y=cos x , x0=

Задание 4.

1) Тело движется по прямой так, что расстояние S до него от некоторой точки А этой прямой изменяется по закону

S = 0,5t2 - 5t+ 1(м), где t — время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

2) Материальная точка движется прямолинейно по закону x(t)=2x3-3x2-10x+1, где  x(t) — расстояние от точки отсчета в метрах,  t— время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Критерии оценивания:

Задание 1.№1 - №3- по 2 балла, Задание 2. №1 - №4- по 1 баллу, Задание 3. №1-№2 по1 баллу, Задание 4. №1-№2 по 2 балла.

Итого 16 баллов:16 баллов – оценка «5», 10 баллов – оценка «4», 8 баллов – оценка «3», 7 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №18**

**«Исследование функций с помощью производной»**

***Цель:*-**обобщить знания о применение математического моделирования как способа

активизации аналитического мышления при исследовании функции с помощью

производной;

**-**закрепить умения использования схемы исследования функции для решения

задач оптимизации.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Схема исследования функции», ручка.

**Теоретический материал**

1.Возрастание и убывание функции

Функция называется *возрастающей* в промежутке , если для любыхи, принадлежащих этому промежутку и таких, что , имеет место неравенство .

Функция называется *убывающей* в промежутке , если для любыхи, принадлежащих этому промежутку и таких, что , имеет место неравенство .

Как возрастающие , так и убывающие функции называются монотонными, а промежутки, в которых функция возрастает или убывает, - *промежутками монотонности*.

Возрастание и убывание функции характеризуется знаком ее производной:

если в некотором промежутке , то функция возрастает в этом промежутке;

если в некотором промежутке , то функция убывает в этом промежутке.

2.Исследование функции на экстремум с помощью первой производной

Точка из области определения функции называется *точкой минимума* этой функции, если существует такая – окрестность

точки , что для всех из этой окрестности выполняется неравенство

Точка из области определения функции называется *точкой максимума* этой функции, если существует такая – окрестность

точки , что для всех из этой окрестности выполняется неравенство

Точки минимума и максимума функции называются *точками экстремума* данной функции, а значения функции в этих точках – *минимумом* и *максимумом* (или *экстремумами*) функции.

Точками экстремумами могут служить только *критические точки*, т.е. точки, принадлежащие области определения функции, в которых производная обращается в нуль или терпит разрыв.

Если при переходе через критическую точку производная меняет знак, то функция имеет в точке экстремум: минимум в том случае, когда производная меняет знак с минуса на плюс, и максимум – когда с плюса на минус. Если же при переходе через критическую точку производная не меняет знака, то функция в точке не имеет экстремума.

3.Правило нахождения экстремумов функции с помощью первой производной

1.Найти производную .

2.Найти критические точки функции , т.е. точки в которых обращается в нуль или терпит разрыв.

3.Исследовать знак производной в промежутках, на которые найденные критические точки делят область определения функции . При этом критическая точка есть точка минимума, если она отделяет промежуток, в котором , от промежутка, в котором , и точка максимума – в противном случае. Если же в соседних промежутках, разделенных критической точкой , знак производной не меняется, то в точке функция экстремума не имеет.

4.Вычислить значения функции в точках экстремума.  
4.Наименьшее и наибольшее значения функции

Для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции, непрерывной в некотором промежутке, необходимо:

1. Найти критические точки, принадлежащие заданному промежутку, и вычислить значения функции в этих точках;
2. Найти значения функции на концах промежутка;
3. Сравнить полученные значения; тогда наименьшее и наибольшее из них являются соответственно наименьшим и наибольшим значениями функции в рассматриваемом промежутке.

Построение графиков функций

*Общая схема построения графиков функций*

1. Найти область определения функции.
2. Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднений).
4. Найти асимптоты графика функции.
5. Найти промежутки монотонности функции и ее экстремумы.
6. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.
7. Построить график, используя полученные результаты исследования.

Пример .Построить график функции .

1. Функция определена на всей числовой прямой, т.е. .
2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того, она не является периодической.
3. Найдем точку пересечения графика с осью : полагая , получим . Точки пересечения графика с осью в данном случае найти затруднительно.
4. Очевидно, что график функции не имеет асимптот.
5. Найдем производную: . Далее, имеем .

Точки и делят область определения функции на три промежутка: , , . В промежутках и , то есть функция возрастает, а в промежутке , то есть функция убывает. При переходе через точку производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку - с минуса на плюс. Значит, .

1. Найдем вторую производную: . Точка делит область определения функции на два промежутка и . В первом из них , а во втором

, то есть в промежутке кривая выпукла вверх, а в промежутке выпукла вниз. Таким образом, получим точку перегиба (2;-1).

1. Используя полученные данные, строим искомый график.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1. Найдите промежутки монотонности функции .
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции:

на отрезке .

1. Найдите промежутки выпуклости и точки перегиба кривых:
2. ; б) .
3. Дан закон прямолинейного движения точки

(t - в секундах, s - в метрах). Найдите максимальную скорость движения этой точки.

1. Исследуйте функцию и постройте ее график:

.

Вариант 2.

1. Найдите промежутки монотонности функции .
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

на отрезке .

1. Найдите промежутки выпуклости и точки перегиба кривых:
2. ; б) .
3. Дан закон прямолинейного движения точки (t - в секундах, s - в метрах). Найдите максимальную скорость движения этой точки.
4. Исследуйте функцию и постройте ее график:

.

Критерии оценивания:

№1 – 1 балл, №2 - 2 балла, №3 – 2 балла, №4 - 2 балла, №5 - 4 балла.

Итого 11 баллов:11 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2»

**Практическое занятие №19**

**«Неопределенный интеграл и первообразная»**

***Цель:***сформировать умение вычислять неопределенные и определенные интегралы, используя

различные методы интегрирования.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Таблица первообразных», «Таблица основных интегралов и их свойств», ручка.

**Теоретический материал**

Функция , определенная на интервале , называется *первообразной* для функции , определенной на том же интервале , если 

Если  — первообразная для функции , то любая другая первообразная для функции  отличается от  на некоторое постоянное слагаемое, т. е.  где .

*Неопределенным интегралом* от функции  называется совокупность всех первообразных для этой функции. Обозначается неопределенный интеграл:  где 

Операция нахождений первообразной для данной функции называется *интегрированием*. Интегрирование является обратной операцией к дифференцированию:



Для проверки правильности выполненного интегрирования необходимо продифференцировать результат интегрирования и сравнить полученную функцию с подынтегральной.

*Пример 1.* Пользуясь таблицей основных интегралов и свойствами неопределенного интеграла, найти интегралы (результат интегрирования проверить дифференцированием):



*Решение.*



*Определенный интеграл, его вычисление и свойства*

*Определенный интеграл*от функции, непрерывной на отрезке , вычисляется по формуле:

где — первообразная для функции , т. е.



Формула называется *формулой Ньютона — Лейбница.*

При вычислении определенного интеграла для нахождения первообразной используют те же методы, что и для нахождения неопределенного интеграла, т. е. замену переменной, интегрирование по частям и т. д. Однако есть ряд особенностей. При замене переменной по формуле (1) необходимо в соответствии с заменой менять пределы интегрирования:



где  — обратная к  функция.

Формула интегрирования по частям (3) приобретает вид:



*Пример.* Вычислить определенный интеграл 

*Решение.*



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

Задание 1. Вычислить интегралы.

1)  2) 

Задание 2. Проинтегрировать подходящей заменой переменного.

1)  2)  3) 

Задание 3. Проинтегрировать по частям.

1)  2)  3) 

Задание 4. Вычислить определенный интеграл.

1)  2)  3)  4) 

Критерии оценивания: №1 - 2 балла, №2 - 6 баллов, №3 – 6 баллов, №4 – 4 балла.

Итого 18 баллов:18 баллов – оценка «5», 12 баллов – оценка «4», 9 баллов – оценка «3», 8 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №20**

**«Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла»**

***Цель:***сформировать умение применять определенный интеграл для вычисления площадей, длин и объемов фигур.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Таблица первообразных», «Таблица основных интегралов и их свойств», ручка.

**Теоретический материал**

Площади плоских фигур

1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой системе координат

Если плоская фигура (рис. 1) ограничена линиями  , где  для всех , и прямыми , , то ее площадь вычисляется по формуле:



Пример.Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:



Решение**.** Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | –1 | 2 | –2 | 3 | –3 | 4 | -4 |
| y | –2 | –1 | –1 | 2 | 2 | 7 | 7 | 14 | 14 |

Для построения прямой достаточно двух точек, например  и .

Найдем координаты точек  и  пересечения параболы  и прямой .

Для этого решим систему уравнений



Тогда  Итак, 

Площадь полученной фигуры найдем по формуле (8), в которой

 поскольку  для всех . Получим:



2. Вычисление площадей фигур, ограниченных линиями, заданными параметрически

Если функции  и  имеют непрерывные производные первого порядка для всех , то площадь плоской фигуры, ограниченной линией  прямыми *x* = *a*, *x* = *b*, где *a* = *x*(*t*0),

*b* = *x*(*t*1), и осью *OX*, вычисляется по формуле:



*Пример.* Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными параметрически:



*Решение.* Для построения фигуры составим таблицу значений координат (*x*, *y*) точек кривой, соответствующих различным значениям параметра 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 0 |  |  |  |  |
| x | 2 | 0 | –2 | 0 | 2 |
| y | 0 | 3 | 0 | –3 | 0 |

|  |
| --- |
| рис |
|  |

Нанесем точки (*x*, *y*) на координатную плоскость *XOY* и соединим плавной линией. Когда параметр изменяется от  до , соответствующая точка  описывает эллипс (известно, что  — параметрические формулы, задающие эллипс с полуосями *a* и *b*). Учитывая симметрию фигуры относительно координатных осей *OX* и *OY*, найдем её площадь *S*, умножив на 4 площадь криволинейной трапеции *AOB*. Согласно формуле (9) получим:



Вычисление объемов тел вращения

Если тело образовано вращением вокруг оси *OX* криволинейной трапеции, ограниченной кривой , осью *OX* и прямыми ,  (рис. 5), то его объем вычисляется по формуле:



*Пример.* Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси *OX* фигуры, ограниченной линиями: 

*Решение.* Построим криволинейную трапецию, вращением которой получается тело вращения (рис. 6).

Чтобы получить объем тела вращения из объема  тела, полученного вращением фигуры *ОАВС*, вычтем объем  тела, полученного вращением фигуры *ОАВ*. Тогда искомый объем . По формуле (12) найдем  и :  (ед. объема);

 (ед. объема);

(ед. объема).

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

Задание 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.

1) 

2) 

Задание 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными параметрически.

1) 

2) 

Задание 3. Найти длину дуги кривой.

1) 

2) 

Задание 4. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси *OX* фигуры, ограниченной линиями.

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

Критерии оценивания:

№1 - 2 балла, №2 – 4 балла, №3 – 4 балла, №4 – 6 баллов.

Итого 16 баллов:16 баллов – оценка «5», 12 баллов – оценка «4», 8 баллов – оценка «3», 7 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №21**

**«Преобразование графиков степенной и показательной функции»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки вычислять значения функции по значению аргумента,

определять положение точки на графике по ее координатам и наоборот, строить

графики степенной и показательной функции, выполнять преобразование графиков.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Степенные функции и их свойства», «Показательная функция, свойства», ручка, карандаш, ластик, линейка.

**Теоретический материал**

1.Прочитайте §9 стр.60-65. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс.

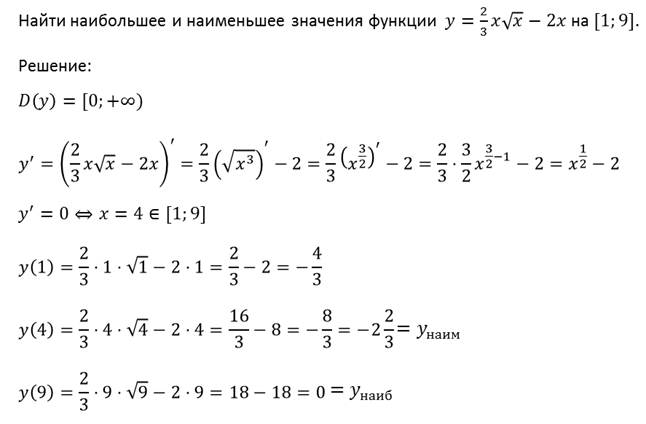
2.Прочитайте §11 стр.90-98. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического

анализа, геометрия», 11 класс.

3.Рассмотрите предложенные примеры.

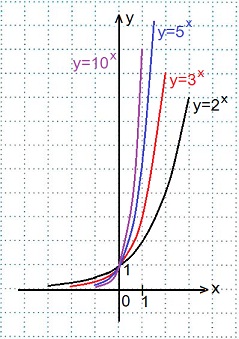
Пример1**.**

Пример.



Пример 2:В одной координатной плоскости построить графики функций:

y=2x, y=3x, y=5x, y=10x. найти значения функций при х=0 и при х=±1.

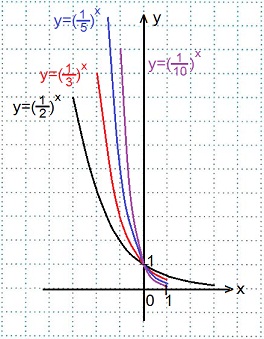
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/06/pokaz-f2.jpg)Переменная х может принимать любое значение (D (y)=R), при этом значение у всегда будет больше нуля  (E (y)=R+).

Графики всех данных функций пересекают ось Оу в точке (0; 1), так как любое число в нулевой степени равно единице; с осью Ох графики не пересекаются, так как положительное число в любой степени не может быть равным нулю. Чем больше основание а (если a>1) показательной функции у=ах, тем ближе расположена кривая к оси Оу.

Все  данные функции являются возрастающими, так как большему значению аргумента соответствует и большее значение функции.

Пример: В одной координатной плоскости построить графики функций:

y=(1/2)x, y=(1/3)x, y=(1/5)x, y=(1/10)x вычислим их значения при х=0 и при х=±1.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/06/pokaz-f3.jpg)Переменная х может принимать любое значение: D (y)=R, при этом область значений функции: E (y)=R+. Графики всех данных функций пересекают ось Оу в точке (0; 1), так как любое число в нулевой степени равно единице; с осью Ох графики не пересекаются, так как положительное число в любой степени не может быть равным нулю.

Чем меньше основание а (при 0<a<1) показательной функции у=ах, тем ближе расположена кривая к оси Оу. Все  эти функции являются убывающими, так как большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1.Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы:

*; б)*

2.Постройте график функции:

a)

b)

3.Найдите область определения функции:

4.Постройте и исследуйте график функции:

Вариант 2.

1.Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы:

а); б)

2.Постройте график функции:

a)

b)

3.Найдите область определения функции:

4.Постройте и исследуйте график функции:

Критерии оценивания:

№1 - 2 балла, №2 – 2 балла, №3 – 1 балл, №4 – 1 балл.

Итого 6 баллов:6 баллов – оценка «5», 4 балла– оценка «4», 3 балла – оценка «3», 2 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №22**

**«Преобразование графиков тригонометрической и логарифмической функции»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки строить графики логарифмической и тригонометрической функции, выполнять преобразование графиков и действия с ними.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, раздаточный материал «Логарифмическая функция, свойства», ручка, карандаш, ластик, линейка.

**Теоретический материал**

1.Прочитайте §15 стр.116-118. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс. Прочитайте §16 стр.132-136, стр.137-139, §20 стр.152-155. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс.

2.Рассмотрите примеры §15 стр.120-121. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс. Рассмотрите примеры §16 стр.139-140, §20 стр.155-156. Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1.Постройте и исследуйте график функции:

a)

b) *у = cos(х + π/3) + 4*

2.Выполните тест

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № задания | Текст задания | Варианты ответов |
| 1 | Найдите амплитуду функции  *y = 2\*sin 4(x - π /16) - 1* | А. 1 вниз ; Б. π /2;  В. π /16 вправо; Г. 2. |
| 2 | Найдите сдвиг функции  *y = 2\*sin 4(x - π /16) - 1* | А. 1 вниз ; Б. π /2;  В. π /16 вправо; Г. 2. |
| 3 | Найдите период функции  *y = 2\*sin 4(x - π /16) - 1* | А. 1 вниз ; Б. π /2;  В. π /16 вправо; Г. 2. |
| 4 | Найдите вертикальный сдвиг функции  *y = 2\*sin 4(x - π /16) - 1* | А. 1 вниз ; Б. π /2;  В. π /16 вправо; Г. 2. |
| 5 | Найдите сдвиг функции  *y = 2\*tg 1/2(x - π /4) + 1* | А. π /4 вправо; Б. 2 π;  В. 1 вверх; Г.π /8 вправо. |
| 6 | Найдите период функции  *y = 1/2cos(πх – π/4) – 1* | А. 1; Б. 1/2;  В. 2 *π*; Г. 1/4 . |

3. Решить графически уравнение:



Вариант 2.

1. Постройте и исследуйте график функции:

a)

b) *у = cos(х + π/4) + 1*

2.Выполните тест:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № задания | Текст задания | Варианты ответов |
| 1 | Найдите период функции  *y = 3\*cos (x + π /4)* | А. 0; Б. 3;  В. 2 π; Г. π /4 влево. |
| 2 | Найдите вертикальный сдвиг функции  *y = 3\*cos (x + π /4)* | А. 0; Б. 3;  В. 2 π; Г. π /4 влево. |
| 3 | Найдите сдвиг функции  *y = 3\*cos (x + π /4)* | А. 0; Б. 3;  В. 2 π; Г. π /4 влево. |
| 4 | Найдите амплитуду функции  *y = 3\*cos (x + π /4)* | А. 0; Б. 3;  В. 2 π; Г. π /4 влево. |
| 5 | Найдите вертикальный сдвиг функции  *y = 2\*tg 1/2(x - π /4) + 1* | А. π /4 вправо; Б. 2 π;  В. 1 вверх; Г. π/8 влево. |
| 6 | Найдите период функции  *y = 2\*tg 1/2(x - π /4) + 1* | А. π /4 вправо; Б. 2 π;  В. 1 вверх; Г. 1 вниз. |

3. Решить графически уравнение:



Критерии оценивания: №1 - 2 балла, №2 – 6 баллов, №3 – 1 балл.

Итого 9 баллов:9 баллов – оценка «5», 7 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

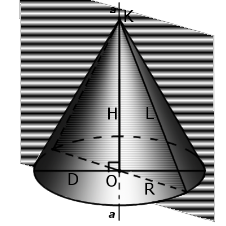
**Практическое занятие №23**

**«Тела вращения. Сечение»**

***Цель:*** сформировать умения и навыки строить чертеж тел вращения, сечение тел вращения.

**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 11 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, макеты пространственных фигур, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретический материал**

* + 1. **Конус**

Конус — тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность.

Круглый конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов.

Определение. Вершина конуса - это точка (K), из которой исходят лучи.

Определение. Основание конуса - это плоскость, образованная в результате пересечения плоской поверхности и всех лучей, исходящих из вершины конуса. У конуса могут быть такие основы, как круг, эллипс, гипербола и парабола.

Определение. Образующей конуса (L) называется любой отрезок, который соединяет вершину конуса с границей основания конуса. Образующая есть отрезок луча, выходящего из вершины конуса.

Формула. Длина образующей (L) прямого кругового конуса через радиус R и высоту H (через теорему Пифагора):

L2 = R2 + H2

Определение. Направляющая конуса - это кривая, которая описывает контур основания конуса.

Определение. Боковая поверхность конуса - это совокупность всех образующих конуса. То есть, поверхность, которая образуется движением образующей по направляющей конуса.

Определение. Поверхность конуса состоит из боковой поверхности и основания конуса.

Определение. Высота конуса (H) - это отрезок, который выходит из вершины конуса и перпендикулярный к его основанию.

Определение. Ось конуса (a) - это прямая, проходящая через вершину конуса и центр основания конуса.

Определение. Конусность (С) конуса - это отношение диаметра основания конуса к его высоте. В случае усеченного конуса - это отношение разности диаметров поперечных сечений D и d усеченного конуса к расстоянию между ними:

Конусность характеризует остроту конуса, то есть, угол наклона образующей к основанию конуса. Чем больше конусность, тем острее угол наклона. угол конуса α

Осевое сечение конуса с обозначениями

Определение. Осевое сечение конуса - это сечение конуса плоскостью, проходящей через ось конуса. Такое сечение образует равнобедренный треугольник, у которого стороны образованы образующими, а основание треугольника - это диаметр основания конуса.

**2.Цилиндр**

 Цилиндр — это геометрическое тело, ограниченное *цилиндрической поверхностью* и двумя плоскостями (*основами цилиндра*).

Цилиндрическая поверхность — поверхность, получаемая при движении прямой (образующей L) параллельно самой себе, вдоль плоской кривой *направляющей*.

Основания цилиндра - плоские фигуры, образованные пересечением цилиндрической поверхности с двумя плоскостями.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Изображение прямого цилиндра с обозначениями |  | Изображение косого цилиндра с обозначениями |  | Изображение наклонного цилиндра с обозначениями |
| Рис. 1 |  | Рис. 2 |  | Рис. 3 |

Круговой цилиндр

В большинстве случаев под цилиндром подразумевается прямой круговой цилиндр, у которого *направляющая* — окружность, а *основания* перпендикулярны *образующей*. У такого цилиндра имеется ось симметрии.

*Прямой круговой цилиндр* можно описать, как объёмного фигуру, образующуюся вращением прямоугольника вокруг своей стороны на 360°.

*Определение.* Радиус цилиндра r - это радиус основания цилиндра.

*Определение.* Диаметр цилиндра d - это диаметр основания цилиндра.

*Определение.* Высота цилиндра h - это расстояние между основаниями цилиндра.

*Определение.* Ось цилиндра - это прямая O1O2, которая проходит через центры оснований цилиндра.

*Определение.* Поверхность цилиндра состоит из цилиндрической поверхности и оснований цилиндра.

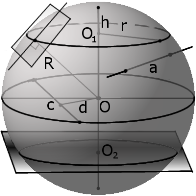
*Определение.* Осевое сечение цилиндра - это сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра.

**3.Шар.Сфера.**

*Определение.*

 Сфера (поверхность шара) — это совокупность всех точек в трехмерном пространстве, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной точки, называемой центром сферы (О).

Сферу можно описать, как объёмную фигуру, которая образуется вращением окружности вокруг своего диаметра на 180° или полуокружности вокруг своего диаметра на 360°.



*Определение.*

 Шар — это совокупность всех точек в трехмерном пространстве, расстояние от которых не превышает определенного расстояния до точки, называемой центром шара (О) (совокупность всех точек трехмерного пространства ограниченных сферой).

Шар можно описать как объёмную фигуру, которая образуется вращением круга вокруг своего диаметра на 180° или полуокружности вокруг своего диаметра на 360°.

*Определение.* Радиус сферы (шара) (R) - это расстояние от центра сферы (шара) O к любой точке сферы (поверхности шара).

*Определение.* Диаметр сферы (шара) (D) - это отрезок, соединяющий две точки сферы (поверхности шара) и проходящий через ее центр.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

1.Прямоугольник, диагональ которого равна 25 см, а одна сторона 20 см, вращается вокруг меньшей стороны. Вычислите высоту полученного цилиндра.

2.Высота конуса 15 см, радиус основания – 20 см. Найти образующую конуса.

3. Радиус шара 12 см. На касательной плоскости лежит точка К, которая удалена от точки касания на 5 см. На каком расстоянии находится точка К от поверхности шара?

Вариант 2.

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота 3 м. Найти диагональ осевого сечения.

2.Высота конуса равна 16 см, а образующая – 20 см. Найти радиус основания конуса.

3. Секущая плоскость удалена от центра шара на расстояние 8 см, а радиус шара равен 10 см. Вычислите площадь сечения шара.

Вариант 3.

1. Высота конуса равна 18 см, а радиус основания равен 24 см. Найти образующую конуса.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м2, а площадь основания – 5 м2. Найдите высоту цилиндра.

3. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

Вариант 4.

1. Высота цилиндра 12 см, радиус равен 10 см. Найти диагональ осевого сечения цилиндра.

2. Образующая конуса равна 15 см, а радиус основания равен 9 см. Найти высоту конуса.

3. Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм. Найдите площадь сечения.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение тела вращения.

2. Дайте определение цилиндра и его элементов.

3. Дайте определение конуса и его элементов.

4. Дайте определение сферы и его элементов.

5. Дайте определение шара и его элементов.

6. Какими фигурами являются сечения сферы и шара?

Критерии оценивания: №1 - 1балл, №2 – 1 балл, №3 – 1 балл. Контрольные вопросы:1 вопрос-1 балл

Итого 9 баллов:9 баллов – оценка «5», 7 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

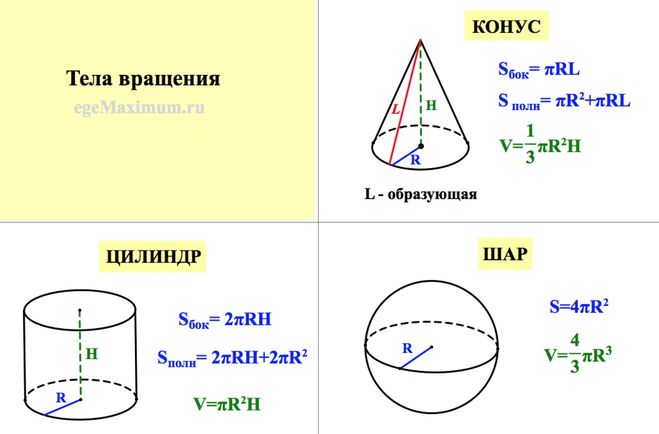
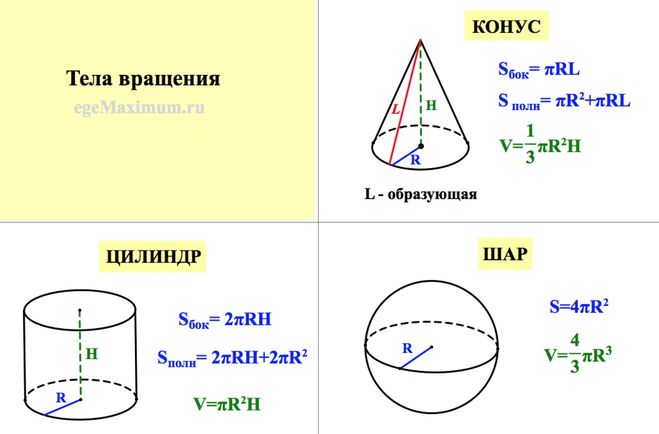
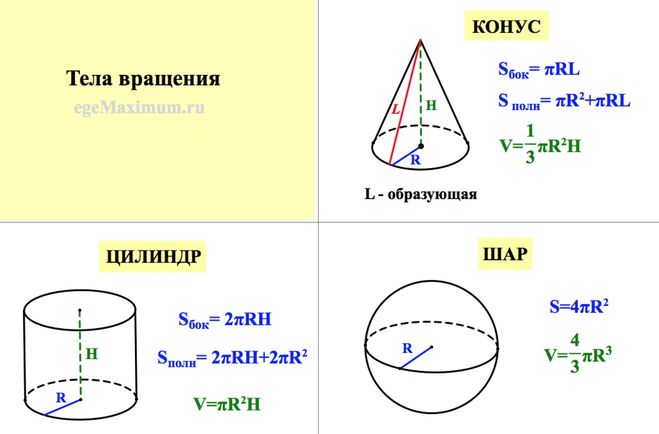
**Практическое занятие №24**

**«Вычисление площадей и объемов фигур в пространстве»**

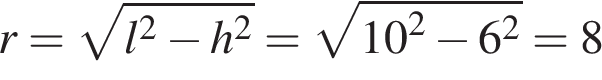
***Цель :***сформировать знания и умения вычислять площади и объемы фигур в пространстве при решении задач;

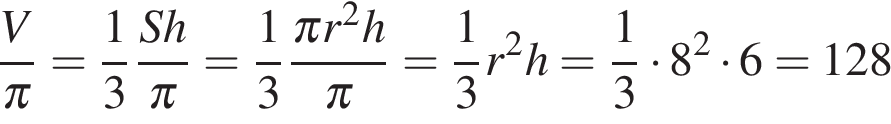
**Оборудование**: Учебник «Геометрия» 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, макеты пространственных фигур, ручка, карандаш, линейка, ластик.

**Теоретическая часть**



Задача 1. **Ре­ше­ние.**

По тео­ре­ме Пи­фа­го­ра най­дем, что ра­ди­ус ос­но­ва­ния равен . Тогда объем ко­ну­са, де­лен­ный на http://reshuege.ru/formula/52/522359592d78569a9eac16498aa7a087p.png:



Ответ: 128.

Ответ: 128

27120

128

Диа­метр ос­но­ва­ния ко­ну­са равен 6, а угол при вер­ши­не осе­во­го се­че­ния равен 90°. Вы­чис­ли­те объем ко­ну­са, де­лен­ный на π*.*

.

**С**

|  |  |
| --- | --- |
| **О**  **А**  http://reshuege.ru/get_file?id=837  **В** | Решение: АВ=6 см, значит ОВ=3 см.  Т.К.треугольник АВС – равнобедренный, прямоугольный, то угол ОВС равен 450. Значит, треугольник СОВ тоже равнобедренный, прямоугольный, поэтому h=СО=3 см.  V= 9π•3=9π(см3) Ответ: 9 |

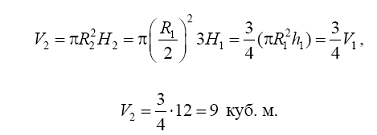
Задача 2. Объём первого цилиндра равен 12 куб. м. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах. Решение: Пусть объём первого цилиндра равен image002объём второго image004 R1,2      – радиусы оснований цилиндров,H1,2      –

image008

высоты. По условию image006

Выразим объём второго цилиндра через объём первого:

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

2. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 87.

3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 81.

4. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

5. Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 2

1. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 14.

2.Радиус основания цилиндра 3, высота 8. Найти диагональ осевого сечения.

3.Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого 12. Найти площадь основания.

4. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π.

5. Радиусы оснований усеченного конуса равны 5 см и 11 см, а образующая равна 10 см. Найдите высоту и объем усеченного конуса.

Критерии оценивания:

№1 -1 балл, №2 - №3- 2 балла, №4 - №5 – 3 балла.

Итого 11 баллов:11 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №25**

**«Действия над векторами, заданными координатами»**

***Цель*:** сформировать умения и навыки решения задач с векторами*.*

**Оборудование**: Учебник «Геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка, карандаш, ластик, линейка.

**Теоретический материал**

1.Прочитайте §22, стр 79-80, §23, стр 81-82

Примеры и последовательность выполнения заданий.

Пример 1

Даны векторы ; ; * *Вычислить |(2**+ )| – 4(2**- **)**

Решение.

2* *  2**

** 2**+ * *2**+ **

** 2**2

2**- ** 2**- ** ** 4(2**- **) **4(2**- **)**

Так как 4(2**- **)** - это скалярное произведение векторов, то по формуле скалярного произведения  получим:

4(2**- **)*=*16∙(-1) + (-20)∙1 + (-36)∙(-1)= -16 – 20 + 36 = 0

Тогда |(2**+ )| – 4(2**- **)** = + 0 =  Ответ: |(2**+ )| – 4(2**- **)** = 

Пример 2. Выяснить при каких значениях m и n данные векторы коллинеарные:  и .

Решение.

У коллинеарных векторов соответствующие коэффициенты пропорциональны. Запишем соответствующую пропорцию, из которой найдем m и n:

, откуда Ответ: m = -2, n = -2.5.

Пример 3.

Вершины треугольника имеют координаты А(1; 2; 0), В(5; -1; 3), С(6; 5; 4). Найдите длины сторон треугольника и угол A треугольника ABC.

Решение.

А(1; 2; 0)

В(5; -1; 3)

С(6; 5; 4)

1. Найдем координаты векторов , , 



1. Найдем длины каждого вектора. Это и будет длины сторон треугольника АВС.

- длина стороны АВ

- длина стороны ВС

- длина стороны АС

1. Найдем угол ВАС – это угол между векторами  и .

*.*

**Ответ: , **

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1. Запишите координаты вектора:

= 2+4-3, = -3-2+2, = -,

= 3, =- - и найдите скалярное произведение векторов и .

1. Даны векторы {-4;2;1},{3;4;0},

{0;0;-1}, запишите разложение этих векторов по координатным векторам

, , .

1. Найдите середину отрезка BD:

B (8; 2; 6) , D (2; 8; 4)

1. При каких значениях k и c данные векторы коллинеарные:



1. Дан Δ KNM найдите:

а) их координаты.

б) длины векторов

в) углы между векторами и .

Если известны координаты вершин треугольника: K(4;-3;0), N(5;-3;1),

M(5;-5;-1).

1. Найдите скалярное произведение векторов, используя формулу:

а ⃗∙в ⃗ = |а ⃗|∙|в ⃗|∙cos⁡〖(а ⃗ в ⃗)〗 (\*)

Если а ⃗{2;1;2} , в ⃗{-1;-2;-2}.

Для этого:

1) найдите длину а ⃗ и в ⃗.

2) cos⁡〖(а ⃗ в ⃗)〗.

3) подставьте найденные значения в формулу (\*)

1. Ребро куба АВСDА1В1С1D1 равно р. Вычислите

а) угол между прямыми АВ1 и ВС1 (А1В и АD1)

б) расстояние между серединами отрезков АВ1 и ВС1 (АС1 и В1С)

Критерии оценивания:

№1 - 4 балла, №2 – 3 балла, №3 – 1 балл, №4 – 1 балл, №5 – 3 балла, №6 – 3 балла, №7 – 2 балла.

Итого 17 баллов:17 баллов – оценка «5», 14 баллов – оценка «4», 10 баллов – оценка «3», 9 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №26**

**«Векторное уравнение прямой и плоскости»**

***Цель*:** сформировать умения и навыки составления уравнения плоскости и прямой в

пространстве.

**Оборудование**: Учебник «Геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка, карандаш, ластик, линейка.

**Теоретический материал**

1.Прочитайте §24, стр 85-86, §25, стр 87-89



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1.Даны точки M1(3;0;4) и M2(5;6;9).

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M1 и перпендикулярно к вектору M1M2.

2.Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M1(3;0;4), M2(5;2;6) и M3(2;3;−3).

3.Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M1(3;0;4) и M2(5;2;6) и перпендикулярной к плоскости 2x+4y+6z-7=0.

4.Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M1(1;2;3) и перпендикулярной к плоскостям x-y+z-7=0 и Зх+2у-12z+5 = 0.

4.Составить уравнение плоскости, если ее расстояние от начала координат равно 10 и вектор n⃗ {13;23;−23} перпендикулярен к плоскости и направлен к ней от начала координат.

6.Привести к нормальному виду уравнение плоскости: (10i⃗ +2j⃗ −11k⃗ )r⃗ +60=0.

7.Составить уравнения прямой в пространстве, перпендикулярной плоскости https://function-x.ru/line/l251.gif и проходящей через точку пересечения этой плоскости с осью Oz.

8.Составить уравнение прямой в пространстве, проходящей через точки https://function-x.ru/line/l262.gif и https://function-x.ru/line/l263.gif.

9.Составить канонические уравнения прямой в пространстве, заданной общими уравнениями

https://function-x.ru/line/l270.gif

10. Даны точка https://function-x.ru/line/l278.gif и направляющий вектор https://function-x.ru/line/l279.gif. Составить параметрические уравнения прямой.

Критерии оценивания:

№1 - 1 балл, №2 – 1 балл, №3 – 1 балл, №4 – 1 балл, №5 – 2 балла, №6 – 2 балла, №7 – 1 балл, №8 – 2 балла, №9 – 2 балла, №10 – 2 балла.

Итого 15 баллов:15 баллов – оценка «5», 12 баллов – оценка «4», 7 баллов – оценка «3», 6 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №27**

**«Решение комбинаторных задач»**

***Цель:*** закрепить знания и навыки в решении комбинаторных задач

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 10 класс, тетрадь для выполнения практического занятия, раздаточный материал «Таблица формул размещения, сочетания, перестановок», ручка.

**Теоретический материал**

Основные понятия комбинаторики

Определение. Произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно называют

*n-* *факториалом* и пишут

.

Перестановки.

Комбинация из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются перестановками.

Перестановки обозначаются символом *Рn*, где n- число элементов, входящих в каждую перестановку. (*Р* - первая буква французского слова *permutation*- перестановка).

Число перестановок можно вычислить по формуле



или с помощью факториала:



*0!=1 и 1!=1.*

Размещения.

Определение. Размещениями из *m* элементов в *n* в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком из расположения.

Размещения обозначаются символом , где *m*- число всех имеющихся элементов, *n*- число элементов в каждой комбинации.

При этом полагают, что *nm.*



Сочетания.

Определение. Сочетаниями называются все возможные комбинации из *m* элементов по *n*, которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом (здесь *m* и *n-*натуральные числа, причем *n  m*).



Число сочетаний из *m* элементов по *n* обозначаются  .

В общем случае число из *m* элементов по *n* равно числу размещений из *m* элементов по *n*, деленному на число перестановок из *n* элементов:



Правило суммы.  
Если элемент a можно  выбрать m способами, а элемент b – n способами, причем любой выбор элемента a отличен от любого выбора элемента  b, то выбор  “a или b”  можно

сделать  m + n  способами.  
Правило произведения.  
Если из некоторого множества А элемент  ai  можно выбрать КA способами, а элемент bj  из множества  В – КB  способами, то совокупность (ai ; bj ) можно образовать КA\* КB  способами. Правило верно и для совокупностей, состоящих из большего, чем два числа элементов.

Перестановки с повторением.  
Иногда требуется переставлять предметы, некоторые из которых неотличимы друг от друга. Рассмотрим такой вариант перестано­вок, который называется перестановками с повторениями.  
  
Пусть имеется *п1* предметов 1-го типа, *n2* предмета 2-го, *пк* пред­метов ref-2_1083666678-89-го типа и при этом *п1+ п2+...+ пк = п.* Количество разных перестановок предметов  
  
ref-2_1083734626-551

Размещения с повторениями.

Пусть даны элементы а1 ,а2 , . . . ,аn     (а)

*Размещением с повторениями из n элементов по k элементов* называется всякая упорядоченная последовательность из k элементов, членами которой являются данные элементы. В размещении с повторениями один и тот же элемент может находиться на нескольких различных местах.   
*Формула для числа размещений с повторениями.* Каждый элемент может быть выбран  n способами, поэтому :

ref-2_1083733584-230= ref-2_1083733814-181,где ref-2_1083733584-230 -обозначение размещений с повторениями .

Примеры типовых расчетов: выполняется всей группой вместе с преподавателем.

Пример 1. Сколькими способами можно расставлять на одной полке шесть различных книг?

Решение. Искомое число способов равно числу перестановок из 6 элементов, т.е.

.

Пример 2. Сколько вариантов распределения на практику в три ресторана различного профиля можно составить для пяти студентов?

Решение. Искомое число вариантов равно числу размещений из 5 элементов по 3 элемента, т.е.

.

Пример 3. Из группы в 25 человек нужно выделить четырех для работы официантами на банкете. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Так как порядок выбранных четырех человек не имеет значения, то это можно сделать  способами.

Находим по первой формуле

.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1.Вычислить  2.Упростить 

3.Вычислить  4.Вычислить ; 

5.Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг круглого стола?

6.Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,8,9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

7.Решить уравнение 

Вариант 2

1.Вычислить  2.Упростить 

3.Вычислить  4.Вычислить ; 

5.Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?

6.Сколько флажков 3 разных цветов можно составить из 5 флажков разного цвета?

7.Решить уравнение 

Вариант 3

1.Вычислить  2.Упростить 

3.Вычислить  4.Вычислить ; 

5. Сколькими способами можно выбрать 3х дежурных, если в классе 30 человек?

6.Решить уравнение 

Вариант 4

1.Вычислить  2.Упростить 

3.Вычислить  4.Вычислить ; 

5. Сколько вариантов распределения 3х путевок в санаторий различного профиля можно составить для 5 претендентов?

6.Решить уравнение 

Критерии оценивания:

№1 – №4 - 1 балл, №5- №6 - 2 балла.

Итого 8 баллов:8 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 4 балла – оценка «3», 3 балла и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №28**

**«Вычисление вероятностей. Прикладные задачи»**

***Цель*:** сформировать умение решать задачи на нахождение вероятностей

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

Вероятностью Р(А) события А в испытании с равновозможными элементарными исходами называют отношение числа исходов m, благоприятствующих событию А, к числуn всех исходов испытания.

Пример 1: В партии из 30 миксеров 2 бракованных. Найти вероятность купить исправный миксер.

Аксиомы вероятностей:

Каждому событию А поставлено в соответствие неотрицательное число Р(А), называемое вероятностью события А.

Если события А1, А2 … попарно несовместны, то Р(А1+А2+…)=Р(А1)+Р(А2)+…

Свойства вероятностей:

Вероятность невозможного события равна нулю Р=0.

Вероятность достоверного события равна единице Р=1.

Вероятность произвольного случайного события А заключается между 0 и 1: 0<Р(А)<1.

Пример 2: Из 34 экзаменационных билетов, пронумерованных с помощью чисел от 1 до 34, наудачу извлекается один. Какова вероятность, что номер вытянутого билета есть число, кратное трем.

Решение: Найдем количество чисел от 1 до 34, кратных трем. Это числа 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33. Всего таких чисел 11. Таким образом, искомая вероятность



События А и В называются совместными, если они могут одновременно произойти, и несовместными, если при осуществлении одного события не может произойти другое.

События А и В называются независимыми, если вероятность наступления одного события не зависит от того, произошло другое событие или нет.

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей слагаемых без вероятности произведения: Р(А+В)=Р(А)+Р(В)-Р(АВ)

Пример 3: Вероятность поражения одной мишени – 0,7, а другой – 0,8. Какова вероятность, что будет поражена хотя бы одна мишень, если по ним стреляют независимо друг от друга.

Решение: Т.к. события совместны, то



Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей слагаемых: Р(А+В)=Р(А)+Р(В). Р(А)+Р()=1

Условная вероятность – вероятность одного события, при условии, что другое событие уже произошло.

Вероятность произведения событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого: Р(АВ)=Р(А)∙Р(А/В) или Р(ВА)=Р(А)∙Р(В/А)

Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей сомножителей: Р(АВ)=Р(А)∙Р(В).

Тогда вероятность того, что обе ручки красные:



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1

1.Вероятность того, что день будет дождливым равна 0,46. Какова вероятность того, что дождя не будет?

2.Из слова КАЛЬКУЛЯТОР выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Л?

3.Из карточек с буквами С,О,И,Т,К,А, наугад последовательно берут 5. Какова вероятность того, что получится слово «ТАКСИ»?

4.Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что все дамы будут в одной половине?

5.Какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет не более трёх очков?

6. В партии из 18 деталей находится 4 бракованных. Наугад выбирается 7 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей три окажутся стандартными.

7.В первой урне 4 красных и 6 чёрных шаров. Во второй 5 красных и 5 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба красные?

8.Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 32 до 100 не содержит цифры 6?

Вариант 2

1. Вероятность всхожести семени 0,67. Какова вероятность того, что семя не взойдёт?

2. Из слова КОНСПЕКТ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква К?

3. Наугад в ряд раскладываются карточки с буквами А, Г, Н, К, И. Какова вероятность того, что составится слово «КНИГА»?

4. 10 шаров распределены по 4 ящикам. Какова вероятность того, что в первом – 1 шар, во втором – два, в третьем – 3 шара, а в четвертом - четыре?

5. Бросают игральную кость один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, не меньше двух?

6 .В ящике 12 стандартных и 4 бракованных детали. Не глядя берут 6. Найти вероятность того, что из взятых деталей три окажутся бракованными.

7. В первой урне 7 белых и 5 чёрных шаров. Во второй 3 белых и 5 чёрных шаров. Не глядя из каждой урны берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба чёрного цвета?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 11 до 63 кратно 6 ?

Вариант 3

1. Вероятность безупречной работы двигателя равна 0,992. Какова вероятность его поломки?
2. Из слова СТУДЕНТ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Т?
3. На полку ставят 4-х томное издание. Какова вероятность того, что 1 том стоит первым, а четвертый- четвертым?
4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что три дамы будут в одной половине?

5 В сборочный цех завода поступают детали из 4-х цехов. Вероятность того, что деталь изготовлена первым цехом 0,12, вторым 0,3, третьим 0,4. Какова вероятность того, что деталь изготовлена в четвёртом цехе?

6. В первой урне 3 красных и 5 чёрных шаров. Во второй 5 красных и 2 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что из первой урны взят красный шар, а из второй – чёрный ?

7. Карточки с буквами А,Д,И,Е,В,О,Р,Ь сложены в коробку. Какова вероятность того, что вынимая 5 последовательно одну за другой получится слово «ДВЕРЬ»?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 88 не содержит цифры 7?

Вариант 4

* 1. Вероятность попадания в мишень при выстреле равна 0,872. Какова вероятность промаха?
  2. Из слова СТАТИСТИКА выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Т?
  3. На полку ставят 5-ти томное издание. Какова вероятность того, что первый том стоит первым, а четвертый- четвертым?
  4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что три туза будут в одной половине?
  5. В сборочный цех завода поступают детали из 3-х цехов. Вероятность того, что деталь изготовлена первым цехом 0,12, третьим 0,4. Какова вероятность того, что деталь изготовлена во втором цехе?
  6. В первой урне 4 красных и 5 чёрных шаров. Во второй 6 красных и 2 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что из первой урны взят красный шар, а из второй – чёрный ?
  7. Карточки с буквами Е,В,О,Р,Ь,Д сложены в коробку. Какова вероятность того, что вынимая 4 последовательно одну за другой получится слово «ДВОР»?
  8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 содержит цифру 2?

Критерии оценивания:

№1 - 1 балл, №2 – 1 балл, №3 – 1 балл, №4 – 1 балл, №5 – 2 балла, №6 – 2 балла, №7 – 1 балл, №8 – 2 балла.

Итого 11 баллов:11 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №29**

**«Закон распределения и числовые характеристики дискретной случайной величины»**

***Цель*:** сформировать умения и навыки представление числовых данных при решении

прикладных задач.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

Формула Бернулли

1. Вероятность того, что событие А наступит ровно m раз при проведении n независимых испытаний, каждый из которых имеет ровно два исхода вычисляется по формуле Бернулли



*Пример 1*: Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,2. Найти вероятность, что из 6 приобретенных билетов 2 окажутся выигрышными.

*Решение:*



1. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, равна



*Пример 2*: Прибор состоит из шести элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за определенное время равна 0,6. Для безотказной работы прибора необходимо, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность, что за данное время прибор будет работать безотказно?

*Решение*:



1. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, наступит не менее m1 и не более m2 раз вычисляется по формуле



*Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики*

Случайная величина Х – это числовая функция , определенная на пространстве элементарных событий. Случайные величины, имеющие счетные множества возможных значений, называются дискретными. Дискретная случайная величина определена, если известны все ее значения и соответствующие им вероятности. Соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями называют распределением вероятностей случайной величины. Для дискретной случайной величины это соответствие может быть записано в виде таблицы:



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | x1 | x2 | … | xn |
| pi | p1 | p2 | … | pn |

Математическим ожиданием (средним значением) дискретной случайной величины Х называют сумму произведений всех ее возможных значений на соответствующие им вероятности



Дисперсией дискретной случайной величины Х называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания . Дисперсия дискретной случайной величины вычисляется по формулам:



Средним квадратичным отклонением дискретной случайной величины называют корень квадратный из дисперсии .



Если случайная величина Х имеет биномиальное распределение вероятностей, то



*Пример 1*: Случайная величина Х задана таблицей распределения вероятностей. Найти М(Х), D(Х), σ(Х).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| хi | 2 | 5 | 8 | 9 |
| рi | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,2 |

*Решение:*



**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1. Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

2. Найти вероятность осуществления от одного до трех разговоров по телефону при наблюдении шести независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,6.

3. Прибор состоит из пяти элементов, включенных в цепь параллельно и работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за время Т равна 0,5. Для безаварийной работы прибора достаточно, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность того, что за время Т прибор будет работать безотказно?

4. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету =0,3. Какова вероятность того, что из семи приобретенных билетов три билета окажутся выигрышными?

5. Магазин получил 40 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,04. Найти наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии.

6. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,8. Найдя вероятности возможного числа появления бракованных деталей среди 5 отобранных, найти наивероятнейшее число появления бракованных деталей из 5 отобранных, указав его вероятность.

7. Сколько раз необходимо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее выпадение тройки было равно 10?

8. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек =0,3. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке?

9. На самолете имеются 4 одинаковых двигателя. Вероятность нормальной работы каждого двигателя в полете равна р. Найти вероятность того, что в полете могут возникнуть неполадки в одном двигателе.

10. Вероятность отказа каждого прибора при испытании равна 0,4. Что вероятнее ожидать: отказ двух приборов при испытании четырех или отказ трех приборов при испытании шести, если приборы испытываются независимо друг от друга?

11. Вероятность того, что на некотором предприятии расход электроэнергии не превысит суточной нормы равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение пяти рабочих дней из семи перерасхода электроэнергии не будет?

12. Найти числовые характеристики дискретных случайных величин:

1. Найти математическое ожидание случайной величины Х, зная закон ее распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| хi | 3 | 5 | 2 |
| рi | 0,1 | 0,6 | 0,3 |

13. Найти дисперсию случайной величины Х, которая задана следующим законом распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| хi | 1 | 2 | 5 |
| рi | 0,3 | 0,5 | 0,2 |

14.Найти дисперсию случайной величины Х, которая задана следующим законом распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| хi | 2 | 3 | 5 |
| рi | 0,1 | 0,6 | 0,3 |

Критерии оценивания:

№1 - №4 – 1 балл, №5 – 2 балла, №6 – 2 балла, №7 – 1 балл, №8 – 2 балла, №9 – 2 балла, №10 -№11– 2 балла, №12-№14 – 3 балла .

Итого 26 баллов:26 баллов – оценка «5», 19 баллов – оценка «4», 13 баллов – оценка «3», 12 баллов и менее – оценка «2»

**Практическое занятие №30**

**«Теория граф»**

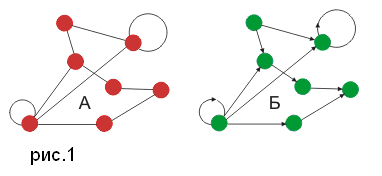
**Цель**: отработать на примерах основные понятия теории графов, научить строить графы по

матрице смежности, по графу составлять матрицу смежности.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

Граф – система, которая интуитивно может быть рассмотрена как множество кружков и множество соединяющих их линий (рис. 1).



Кружки называются вершинами графа, линии со стрелками – дугами, без стрелок – ребрами. Граф, в котором направление линий не выделяется (все линии являются ребрами), называется неориентированным (рис. 1, А); граф, в котором направление линий принципиально (линии являются дугами) называется ориентированным (рис. 1, Б).

Опр. 1. Задано конечное множество *X*, состоящее из *n* элементов (*X =* {*1, 2,…, n*}), называемых вершинами графа, и подмножество V декартова произведения X ×X, то есть , называемое множеством дуг, тогда ориентированным графом G называется совокупность (X, V).

Опр. 2. Неориентированным графом называется совокупность множества X и множества неупорядоченных пар элементов, каждый из которых принадлежит множеству X.

Дугу между вершинами i и j, , будем обозначать (i, j). Число дуг графа будем обозначать m (V = ()).

Опр. 3. Подграфом называется часть графа, образованная подмножеством вершин вместе со всеми ребрами (дугами), соединяющими вершины из этого множества. Если из графа удалить часть ребер (дуг), то получим частичный граф.

Опр. 4. Две вершины называются смежными, если они соединены ребром (дугой). Смежные вершины называются граничными вершинами соответствующего ребра (дуги), а это ребро (дуга) – инцидентным соответствующим вершинам.

Опр.5. Путем называется последовательность дуг (в ориентированном графе), такая, что конец одной дуги является началом другой дуги.

Опр. 5.1. Простой путь – путь, в котором ни одна дуга не встречается дважды.

Опр. 5.2. Элементарный путь – путь, в котором ни одна вершина не встречается дважды.

Опр. 5.3. Контур – путь, у которого конечная вершина совпадает с начальной вершиной.

Опр. 5.4 Длиной пути (контура) называется число дуг пути (или сумма длин его дуг, если последние заданы).

Опр.6. Граф, для которого из (i, j) V следует (j, i)  V называется симметрическим.

Опр. 7. Если из (i, j) V следует, что (j, i) V, то соответствующий граф называется антисимметрическим.

Опр. 8.1. Цепью называется множество ребер (в неориентированном графе), которые можно расположить так, что конец (в этом расположении) одного ребра является началом другого.

Опр. 8.2. Цепь – последовательность смежных вершин.

Опр. 9. Замкнутая цепь называется циклом.

Опр. 10.1. Элементарная цепь (цикл, путь, контур), проходящая через все вершины графа называется гамильтоновой цепью (соответственно – циклом, путем, контуром).

Опр. 10.2. Простая цепь (цикл, путь, контур), содержащая все ребра (дуги) графа называется эйлеровой цепью (соответственно – циклом, путем, контуром).

Опр. 11. Если любые две вершины графа можно соединить цепью, то граф называется связным. Если граф не является связным, то его можно разбить на связные подграфы, называемые компонентами.

Опр. 12. Связностью графа называется минимальное число ребер, после удаления которых граф становится несвязным. Для ориентированных графов, если любые две вершины графа можно соединить путем, то граф называется сильно связным. Связный граф, в котором существует эйлеров цикл, называется эйлеровым графом.

Опр. 13. В неориентированном графе степенью вершины i называется число инцидентных ей ребер. Очевидно,. Граф, степени всех вершин которого равны n – 1, называется полным. Граф, все степени вершин которого равны, называется однородным.

Опр. 14. Вершина, для которой не существует инцидентных ей ребер (= 0) называется изолированной. Вершина, для которой существует только одно инцидентное ей ребро ( = 1) называется висячей.

Опр. 15. Определим матрицу смежности графа как квадратную матрицу n ×n, элемент  которой равен единице, если (i, j) V, и нулю, если (i, j) V, i, jX. Для неориентированного графа матрица смежности всегда симметрическая.

Опр. 16. Определим матрицу инциденций для ребер графа как прямоугольную матрицу n×m, элемент  которой равен единице, если вершина i инцидентна ребру j, и нулю в противном случае, i = 1, n, j = 1, m.

Опр. 17. Матрица инциденций для дуг графа – прямоугольная матрицу m xn, элемент rij которой равен плюс единице, если дуга исходит из вершины i, минус единице, если дуга  заходит в вершину i, и нулю в остальных случаях, i = 1, n, j = 1, m

Опр. 18. Деревом называется связный граф без простых циклов, имеющий не менее двух вершин. Для дерева m = n – 1, а число висячих вершин равно  Легко показать, что в дереве любые две вершины связаны единственной цепью.

Опр. 19. Прадеревом называется ориентированное дерево, у которого одна из вершин, называемая корнем, не имеет заходящих дуг, а степени захода остальных вершин равны единице.

Опр. 20. Плоским (планарным) называется граф, который можно изобразить на плоскости так, что различным вершинам соответствуют различные кружки и никакие два ребра не имеют общих точек, отличных от их границ (не пересекаются). Для плоского графа существует понятие грани – части плоскости, ограниченной ребрами и не содержащей внутри себя ни вершин, ни ребер.

Опр. 21. Степенью грани называется число ее граничных ребер (висячие ребра считаются дважды).

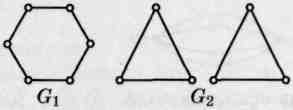
Любому связному плоскому графу G можно поставить в соответствие двойственный ему связный плоский граф G\*, определяемый следующим образом: каждой грани графа G соответствует вершина графа G\*, каждому ребру V графа G, являющемуся граничным для граней z1 и z2, соответствует ребро V\* графа G\*, соединяющее соответствующие граням z1 и z2 вершины.

**Задача 1.** Докажите, что в полном графе с n вершинами  рёбер.

Решение. Каждой вершине в полном графе с n вершинами принадлежит n-1 ребро, но в произведении  каждое ребро учтено дважды (так как одно ребро инцидентно двум вершинам). Следовательно, число рёбер в полном графе с n вершинами равно .

**Задача 2.** Может ли так случиться, что в одной компании из шести человек каждый знаком с двумя и только с двумя другими?

Решение Участников этой компании изобразим вершиной графа (см. рис.), а отношение знакомства между двумя участниками – ребром. Изобразим графы, которые могут соответствовать данной компании.



Про граф  говорят, что он связный, так как из каждой вершины по рёбрам можно попасть в любую другую. Делаем вывод, что в этом случае каждый через своих знакомых может познакомиться со всеми остальными.

Про граф  говорят, что он несвязный, так как состоит из двух простых циклов. Делаем вывод, что граф соответствует двум компаниям, участники одной из них могут быть не знакомы с участниками другой.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

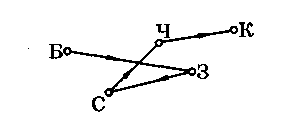
2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

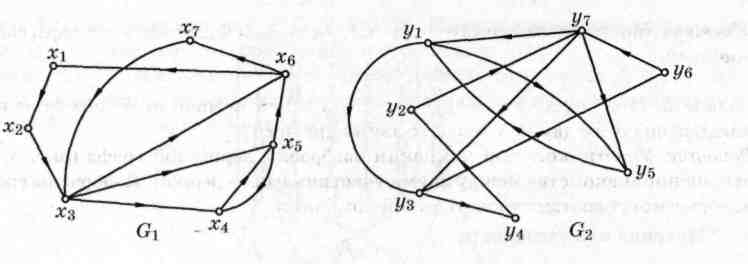
3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

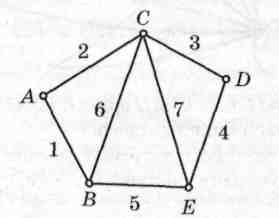
Вариант 1.

1. Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, чёрная, красная, синяя, зелёная. Чёрная едет впереди синей, зелёная – впереди белой, но позади синей, красная впереди чёрной. Какая машина едет первой и какая последней?



2.Пусть даны графы  и  изображённый на рисунке.

Установите, изоморфны ли данные графы.

3.Для неориентированного графа, изображённого на рисунке, постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности.

4.Задан граф  где      

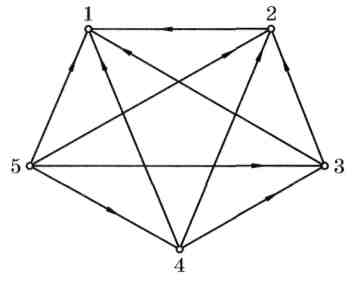
1. Задайте граф с помощью бинарного отношения, т. ею совокупности множества V и подмножества множества упорядоченных пар 

2. Изобразите орграф на рисунке.

3. Постройте матрицу смежности.

Вариант 2

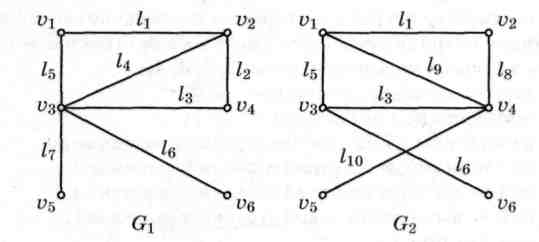
1.Дано множество  На этом множестве задано отношение f:  Постройте орграф данного отношения.



2.Дана матрица 

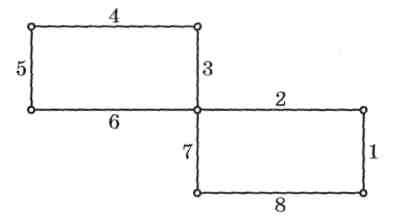
Постройте орграф, для которого данная матрица является матрицей смежности. Найдите матрицу инцидентности орграфа.

3.Пусть даны два графа , 



Изобразите геометрически объединение графов  пересечение графов  и сумму по модулю два 

4.Найдите эйлеров цикл в эйлеровом графе



Критерии оценивания:

№1 - 1 балл, №2 – 2 балла, №3 – 3 балла, №4 – 4 балла.

Итого 10 баллов:10 баллов – оценка «5», 8 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2»

**Практическое занятие №31**

**«Использование математических объектов с использованием прикладных задач»**

**Цель**: отработать навыки использования математических функций для решения прикладных задач, построения графиков функций.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка, компьютерный класс.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

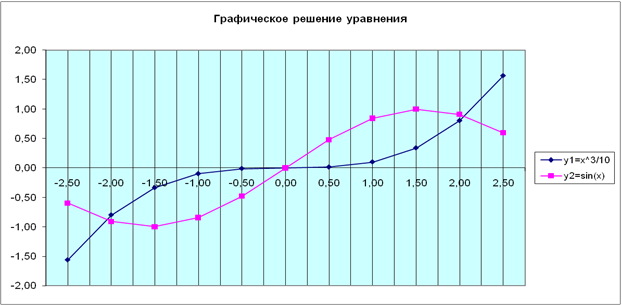
**Задание 1.**

С использованием компьютерной модели в электронных таблицах найти приближенное (графическое) решение уравнения **x3/10 = sin x.**

**Выполнение задания:**

1. Ввести формулы функций и заполнить таблицу значений функций на интервале от -2,5 до 2,5 с шагом 0,5.
2. Построить диаграмму. Для этого выделить *таблицу значений функции* и воспользоваться кнопкой *Мастер диаграмм*. Выбрать *график*. Установить *линии сетки* для оси х – *промежуточные*, для оси y – *снять*. Внести *Заголовок* диаграммы *Таблица значений функции*.
3. Определить по графику приближенно корни уравнения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Таблица значений функции** | | | | | | | | | | | |
| х | -2,50 | -2,00 | -1,50 | -1,00 | -0,50 | 0,00 | 0,50 | 1,00 | 1,50 | 2,00 | 2,50 |
| y1=x^3/10 | -1,56 | -0,80 | -0,34 | -0,10 | -0,01 | 0,00 | 0,01 | 0,10 | 0,34 | 0,80 | 1,56 |
| y2=sin(x) | -0,60 | -0,91 | -1,00 | -0,84 | -0,48 | 0,00 | 0,48 | 0,84 | 1,00 | 0,91 | 0,60 |

****

**Задание 2.**

С использованием компьютерной модели в электронных таблицах найти приближенное значение корней уравнения **x3/10 = sin x** с заданной точностью с использованием метода *Подбор параметра.*

**Выполнение задания:**

1. При использовании метода *Подбора параметров* для решения уравнений вида f(x) = g(x) вводят вспомогательную функцию y(x) = f(x) - g(x) и находят с требуемой точностью значения x точек пересечения графика функции y(x) с осью абсцисс.
2. Ввести формулы функций и заполнить таблицу значений функций на интервале от -2,5 до 2,5 с шагом 0,5.
3. Установить точность представления чисел в ячейках с точностью до 4 знаков после запятой.
4. Построить диаграмму. Для этого выделить *таблицу значений функции* и воспользоваться кнопкой *Мастер диаграмм*. Выбрать *график*. Установить *линии сетки* для оси х – *промежуточные*, для оси y – *снять*. Внести *Заголовок* диаграммы *Таблица значений функции*.
5. Определить по графику приближенно корни уравнения.
6. Выделить ячейку, содержащую значение функции наиболее близкое к нулю, например, $K$3. Ввести команду *Сервис - Подбор параметра*.
7. На панели *Подбор параметра* в поле *Конечное значение* ввести требуемое значение функции (в данном случае 0). В поле изменяемая ячейка ввести адрес ячейки $K$2, в которой будет производиться подбор значения аргумента.
8. На панели *Результат подбора* параметра будет выведена информация о величине подбираемого и подобранного значения.
9. В ячейке аргумента К2 появиться подобранное значение 2,0648. Повторить подбор параметра для ячейки значения функции С3. В ячейке аргумента С2 появиться подобранное значение – 2,0648.
10. Таким образом, корни уравнения с точностью до четырёх знаков после запятой найдены: х1 = -2,0648, х2 = 0,0000, х3 = 2,0648.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Таблица значений функции** | | | | | | | | | | | | |
|  | -2,5000 | -2,0000 | -1,5000 | -1,0000 | -0,5000 | 0,0000 | 0,5000 | 1,0000 | 1,5000 | 2,0648 | 2,5000 | |
| y1=x^3/10-sin(x) | -0,9640 | 0,1093 | 0,6600 | 0,7415 | 0,4669 | 0,0000 | -0,4669 | -0,7415 | -0,6600 | -0,0001 | 0,9640 | |



**Задание 3.**

Используя метод *Подбора параметров*, найти корни уравнения -х2 = 5х-3 на промежутке от 0 до 5 с шагом 0,25.

Критерии оценивания:

№1 - 1 балл, №2 – 2 балла, №3 – 3 балла.

Итого 6 баллов:6 баллов – оценка «5», 3 балла – оценка «4», 1 балл – оценка «3», менее 1 – оценка «2»

**Практическое занятие №32**

**«Основные приемы решения уравнений, неравенств и систем»**

***Цель:*** сформироватьумения и навыки решения уравнений, неравенств и систем различными

приемами и методами.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

1.Прочитайте §27, стр 234,236, §28, стр 241-244

Пример1. Решите уравнение http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png6−xhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx−2http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+3http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+9http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=24x2 . Найти целые корни.

Решение: Для успешного решения такого уравнения надо раскрыть скобки в парах, так чтобы выражения с переменной были похожи:

а) Если http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png6−xhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx−2http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=−x2+8x−12  и http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+3http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+9http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=x2+12x+27 , то выражения с переменной совсем не похожи;

б) Если http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png6−xhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+3http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=−x2+3x+18  и http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx−2http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+9http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=x2+7x−18 , то выражения с переменной можно считать похожими.

Тогда http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png6−xhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx−2http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+3http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.pngx+9http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png3x−x2+18http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png7x+x2−18http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=24x2 . Так как x=0 не является корнем уравнения, то можно разделить на x2, получим

http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png3−x+http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png7+x− http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=24 . Введем новую переменную y=x−. Уравнение примет вид http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png3−yhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.pnghttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char00.png7+yhttp://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmex10/alpha/100/char01.png=24y2+4y+3=0http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmsy10/alpha/100/char29.pngy1=−1http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/100/char3B.pngy2=−3 .

Вернемся к замене

Ответ: x= −6http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/100/char3B.png x=3.

Пример2. Решите уравнение  =0

Решение: =0

Ответ: x=0http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/100/char3B.png x=5

 Пример3. Решить уравнение 

Решение. Так как в данном примере n=3 - нечетное, то после возведения обеих частей уравнения в третью степень получим равносильное данному уравнение:

.

Ответ: .

Пример 4. Решите неравенство

http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image611.gif

Решение

http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image613.gif http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image615.gif http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image617.gif

-3< http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image619.gif http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image621.gif .

Ответ: ( http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image623.gif

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

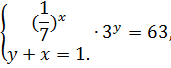
2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите вариант, номер задания.

4.Выполните задания.

Вариант 1.

Решите:

* + - 1. image2717
      2. 27http://festival.1september.ru/articles/602945/Image9668.gif-http://festival.1september.ru/articles/602945/Image9669.gif = 0
      3. 
      4. http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image625.gif

Вариант 2.

Решите:

1. http://festival.1september.ru/articles/602945/Image9683.gif
2. http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image663.gif
3. http://konspekta.net/lectmaniaru/baza1/43038512663.files/image483.gif

E)image2750

F)

G)

Критерии оценивания:

A-C – 1 балл, D-E– 2 балла, F-G- 3 балла.

Итого 13 баллов:13 баллов – оценка «5», 10 баллов – оценка «4», 6 баллов – оценка «3», 5 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №33**

**«Уравнения и неравенства с параметрами»**

***Цель:*** отработать навыки и умения основных приемов решения уравнений, неравенств,

содержащих параметры.

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

1. Линейные уравнения и неравенства с параметрами

Линейная функция: image003 – уравнение прямой с угловым коэффициентом image005. Угловой коэффициент равен тангенсу угла наклона прямой к положительному направлению оси image007.

Линейные уравнения с параметрами вида image009

Если image011, уравнение имеет единственное решение.

Если image013, то уравнение не имеет решений, когда image015, и уравнение имеет бесконечно много решений, когда image017.

Пример 1. Решить уравнение |3 – *x*| = *a*.

Решение:

1. *a* > 0, => 3 – *x* = ±*a*, => *x* = 3 ± *a*
2. *a* = 0, => 3 – *x* = 0. => *x* = 3
3. *a* < 0, => решений нет.

Ответ: *x*1,2 = 3 ±*a* при *a* > 0; *x* = 3 при *a* = 0; решений нет при *a* < 0.

Линейные неравенства с параметрами

Пример 2. Для всех значений параметра а решить неравенство .

Решение:

 . Если скобка перед *x* положительна, т.е. при , то . Если скобка перед *x* отрицательна, т.е. при , то . Если же *a* = 0 или a = , то решений нет. Ответ:  при ;  при ;решений нет при *a* = 0 или a = .

2. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами

Квадратичная функция: .

В множестве действительных чисел это уравнение исследуется по следующей схеме.

1. Если *a* = 0, то имеем линейное уравнение *bх + c*=0.
2. Если *a* ≠ 0 и дискриминант уравнения *D = b² – 4ac* < 0, то уравнение не имеет действительных решений.
3. Если, *a* ≠ 0 и *D* = 0, то уравнение имеет единственное решение х = или, как ещё говорят, совпадающие корни *х*­1 = *х*2 = .
4. Если *a* ≠ 0 и *D* > 0, то уравнение имеет два различных корня .

Пример 3. При каких значениях *a* уравнение *x*² – *ax* + 1 = 0 не имеет действительных корней?

Решение:

*x*² – *ax* + 1 = 0

*D* = *a*² – 4 · 1 = *a*² – 4



*a*² – 4 < 0 + – +

(*a* – 2)(*a* + 2) < 0 –2 2 Ответ: при a Є (–2; 2)

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1.Найдите все значения http://latex.codecogs.com/gif.latex?a, при которых уравнение имеет единственное решение.

http://latex.codecogs.com/gif.latex?\sqrt%7bx%5e4+(a-5)%5e4%7d=&space;\left&space;|&space;x+a-5\right&space;|+\left&space;|&space;x-a+5\right&space;|

2.При всех *а* решите неравенство: https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_3.png.

3.При каких значениях параметра *b* уравнение не имеет корней:

https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_6.png

4.Для всех значений параметра *а* решить систему уравнений

https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_12.png

5.При каких значениях https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_18.png корни уравнения https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_19.png положительны?

6.Найти значения параметра *а*, при которых среди корней уравнения имеется ровно один отрицательный: https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_20.png

7.При каких значениях параметра https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_18.png уравнение  имеет единственный корень?

https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_22.png

8.При каких значениях *m* корни уравнения 4*x*² – (3*m*+ 1) *x*– *m*– 2 = 0 лежат в промежутке между –1 и 2?

9.Найти все значения параметра *а*, при которых меньший корень уравнения *x*² + (*a* + 1) *x*+ 3 = 0 лежал в интервале (–1; 3)

10.При каких целых *а* неравенство верно для любого значения *х*:

https://urokidoma.org/uploads/e/8/f/e8f1cbb4548e6073127b27f2c1fb8944a324195c/phpKn4GgW_Fajl-k-uroku---Zadacha-18-Parametry-Uravneniya-s-parametrom-26-02-17_24.png

Критерии оценивания:

№1 - №4 – 1 балл, №5 – 2 балла, №6 – 2 балла, №7 – 1 балл, №8 – 2 балла, №9 – 2 балла, №10 – 2 балла.

Итого 15 баллов:15 баллов – оценка «5», 10 баллов – оценка «4», 7 баллов – оценка «3», 6 баллов и менее – оценка «2».

**Практическое занятие №34**

**«Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля»**

***Цель*:** сформировать умения и навыки решения уравнений и неравенств с двумя переменными

**Оборудование**: Учебник «Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия», 11 класс, тетрадь для выполнения практической работы, ручка.

**Теоретический материал**

Существует два числа х и у, одно больше другого на 5. Как записать соотношение между ними? (х – у = 5) это и есть линейное уравнение с двумя переменными. Сформулируем по аналогии с определением линейного уравнения с одной переменной определение линейного уравнения с двумя переменными (Линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида *ax* + *by* = *c*, где *a,b* и *c* – некоторые числа, а *x* и *y* –переменные).

Уравнение *x* – *y* = 5 при x = 8, y = 3 обращается в верное равенство 8 – 3 = 5. Говорят, что пара значений переменных x = 8, y = 3 является решением этого уравнения.

- Сформулируйте определение решения уравнения с двумя переменными (Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство)

Пары значений переменных иногда записывают короче: (8;3). В такой записи на первом месте пишут значение x а на втором - y.

Уравнения с двумя переменными, имеющие одни и те же решения (или не имеющие решений), называются равносильными.

Уравнения с двумя переменными обладают такими же свойствами, как и уравнения с одной переменной:

1. Если в уравнении перенести любой член из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение равносильное данному.
2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число(не равное нулю), то получится уравнение равносильное данному.

**Ход занятия**

1.Запишите название, номер практического занятия и ее цель.

2.Повторите теоретический материал по теме практического занятия.

3.Укажите номер задания.

4.Выполните задания.

1. Решите систему уравнений:

a) b)

c) d)

2.Решите систему уравнений графически:

a) b)

Критерии оценивания:

№1 -4 балла, №2 – 4 балла. Итого 8 баллов:8 баллов – оценка «5», 6 баллов – оценка «4», 5 баллов – оценка «3», 4 балла и менее – оценка «2».

**Информационное обеспечение обучения**

**Основные источники:**

1. Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 10 класс. В 2 ч.Ч.1. М., «Мнемозина», 2015.
2. Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 11 класс. В 2 ч. Ч.1. М., «Мнемозина», 2014.
3. Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 10 класс. В 2 ч. Ч.2. М., «Мнемозина», 2015.
4. Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 11 класс. В 2 ч. Ч.2. М., «Мнемозина», 2014.
5. Смирнова И.М., Смирнов В.А.: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 10 класс. М.: «Мнемозина», 2014.
6. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 11 класс. М.: «Мнемозина», 2014.

***Дополнительная литература***

1. Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
3. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
4. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
5. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
6. Башмаков М. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
7. Гусев В. А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
8. Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленныйуровни). 10 класc / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
9. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

**Интернет-ресурсы**

1. www. fcior. edu. ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. www. school-collection. edu. ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).
3. ЕГЭ <http://reshuege.ru/>
4. ЕГЭ <http://ege.yandex.ru/>
5. www.ziimag.narod.ru - персональный сайт автора Мордковича А. Г. "Практика развивающего обучения".
6. www.math.ru -Интернет - поддержка учителей математики.
7. www.it-n.ru-Сеть творческих учителей. Материалы и ресурсы, касающиеся использования ИКТ в учебном процессе:

– библиотека готовых учебных проектов с применением ИКТ, а также различные проектные идеи, на основе которых можно разработать свой собственный проект;

– библиотека методик проведения уроков использованием разнообразных электронных ресурсов;

– руководства и полезные советы по использованию программного обеспечения в учебном процессе;

– подборка ссылок на интересные аналитические и тематические статьи для педагогов.

1. www.exponenta.ru -Образовательный математический сайт. Содержит материалы по работе с математическими пакетами Mathcad, MATLAB, Mathematica, Maple и др. Методические разработки, примеры решения задач, выполненные с использованием математических пакетов. Форум и консультации для студентов и школьника.