Министерство образования Ставропольского края

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

«Ставропольский региональный многопрофильный колледж»

**СБОРНИК МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ**

**ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ**

**ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

**ДИСЦИПЛИНА ЕН. 01 МАТЕМАТИКА**

***технический профиль***

**специальность23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей**

**ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

 **Ставрополь, 2018**

Составитель: Кравченко Е.Б. преподаватель математики СРМК

 Методические указания для выполнения практических работ являются частью основной профессиональной образовательной программы «Ставропольского регионального многопрофильного колледжа» по специальности 23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей

 Методические указания по выполнению практических работ адресованы студентам очной формы обучения.

 Методические указания включают в себя учебную цель, краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, вопросы для закрепления теоретического материала, задания для практической работы студентов и инструкцию по ее выполнению.

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований | 6 |
| Нахождение пределов функций с помощью замечательных пределов | 9 |
| Основы дифференциального исчисления | 11 |
| Основы интегрального исчисления | 13 |
| Действия с матрицами | 16 |
| Нахождение обратной матрицы | 18 |
| Решение СЛАУ по формулам Крамера | 19 |
| Решение СЛАУ различными методами | 20 |
| Выполнение операций над множествами | 22 |
| Комплексные числа и действия над ними | 24 |
| Решение практических задач на определение вероятности события | 26 |
| Решение задач с реальными дискретными случайнымивеличинами | 28 |

**ЛИТЕРАТУРА**

**Основные источники:**

1. Григорьев В.П. Математика: учебник для студ. Учреждений сред. проф. Образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова.-М.: Издательский центр «Академия», 2017 г.
2. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. Пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова.-М.: Издательский центр «Академия», 2017 г.
3. Спирина М.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач: учеб. Пособие для студ. Учреждений проф. Образования /М.С. Спирина, П.А. Спирин.-М.: Издательский центр «Академия», 2017г.
4. Спирина М.С. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /М.С. Спирина, П.А. Спирин.-М.: Издательский центр «Академия», 2017 г.

**Дополнительные источники:**

1. Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова.-М.: Издательский центр «Академия», 2017 г.

**Интернет-ресурсы:**

1. Алпатов А.В. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО/ Алпатов А.В.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Профобразование, 2017.— 96 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65731.html.— ЭБС «IPRbooks»
2. Ахметгалиева В.Р. Математика. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ахметгалиева В.Р., Галяутдинова Л.Р., Галяутдинов М.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2017.— 60 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65863.html.— ЭБС «IPRbooks»
3. Высшая математика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.И. Белоусова [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016.— 296 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65920.html.— ЭБС «IPRbooks»
4. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.В. Власов [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017.— 376 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/67393.html.— ЭБС «IPRbooks»
5. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 512 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/52265.html.— ЭБС «IPRbooks»

**Введение**

**УВАЖАЕМЫЙ СТУДЕНТ!**

Методические указания по дисциплине ЕН. 01 Математика для выполнения практических работ созданы Вам в помощь для работы на занятиях, подготовки к практическим работам, правильного составления отчетов.

 Приступая к выполнению практической работы, Вы должны внимательно прочитать цель и задачи занятия, ознакомиться с требованиями к уровню Вашей подготовки в соответствии с федеральными государственными стандартами третьего поколения (ФГОС-3), краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме практической работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

 Все задания к практической работе Вы должны выполнять в соответствии с инструкцией, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

 Отчет о практической работеВы должны выполнить по приведенному алгоритму, опираясь на образец.

 Наличие положительной оценки по практическим работамнеобходимо для получения дифференцированного зачета по дисциплине, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую Вы должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

**Внимание!** Если в процессе подготовки к практическим работам или при решении задач у Вас возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удается, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений или указаний в дни проведения дополнительных занятий.

 Время проведения дополнительных занятий можно узнать у преподавателя или посмотреть на двери его кабинета.

**Желаем Вам успехов!**

**Практическая работа № 1**

**«Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований»**

**Цель работы:**

1. закрепить навыки построения графиков функций с помощью геометрических преобразований
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

Пусть задан график функции y = f(x). Чтобы построить график функции

1. y = mf(x), где m > 0 и m ≠ 1, нужно ординаты точек заданного графика умножить на m. Такое преобразование называется растяжением от оси x c коэффициентом m, если m > 1, и сжатием к оси x, если 0 < m < 1.
2. y = −f(x) получается из графика функции f(x) преобразованием симметрии относительно оси x. (Преобразование симметрии - зеркальное отражение относительно прямой.)
3. y = f(x) + n, получается из графика функции f(x) параллельным переносом последнего вдоль оси ординат на n единиц вверх, если n > 0 и, соответственно на |n| единиц вниз, если n < 0.
4. y = f(kx), где k > 0 и k ≠ 1. Искомый график функции получается из заданного сжатием с коэффициентом k к оси y (если 0 < k < 1 указанное "сжатие" фактически является растяжением с коэффициентом 1/k)
5. y = f(−x) получается из графика функции f(x) преобразованием симметрии относительно оси y
6. y = f(x + l) получается из графика функции f(x) параллельным переносом последнего на l единиц влево, если l > 0 и, соответственно на |l| единиц вправо, если m < 0.

Например, пусть задан график функции y = √x\_.



Чтобы построить графики других функций, содержащих аргумент (x) под знаком квадратного корня, воспользуемся перечисленными выше правилами. Заданный график повторим во вновь начерченных осях "карандашом бледно", требуемый график, который получится после преобразований, сделаем более интенсивным. В тетради лишнее можно будет удалить ластиком, останется только результат выполнения задания.

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример 1a.** Построить график функции y = 2√x\_ http://mathematichka.ru/school/functions/gr1a.pngРастянули в 2 раза от оси x. Ордината каждой точки увеличилась в 2 раза.  | **Пример 1b.** Построить график функции y = √x\_**/**2http://mathematichka.ru/school/functions/gr1b.pngСжали вдвое к оси x. Ордината каждой точки уменьшилась в 2 раза.  |
| **Пример 3a.** Построить график функции y = √x\_ + 2 http://mathematichka.ru/school/functions/gr3a.pngПараллельно перенесли на 2 единицы вверх вдоль оси y. Ордината каждой точки увеличилась на 2.  | **Пример 3b.** Построить график функции y = √x\_ − 2http://mathematichka.ru/school/functions/gr3b.pngПараллельно перенесли на 2 единицы вниз вдоль оси y. Ордината каждой точки уменьшилась на 2 единицы.  |
| **Пример 4a.** Построить график функции y = √2xhttp://mathematichka.ru/school/functions/gr4a.pngСжали вдвое к оси y. Абсцисса каждой точки уменьшилась в 2 раза.  | **Пример 4b.** Построить график функции y = √x**/**2http://mathematichka.ru/school/functions/gr4b.pngРастянули в 2 раза от оси y. Абсцисса каждой точки увеличилась в 2 раза.  |
| **Пример 6a.** Построить график функции y = √x + 2http://mathematichka.ru/school/functions/gr6a.pngПараллельно перенесли на 2 единицы влево вдоль оси x. Абсцисса каждой точки уменьшилась на 2 единицы.  | **Пример 6b.** Построить график функции y = √x − 2http://mathematichka.ru/school/functions/gr6b.pngПараллельно перенесли на 2 единицы вправо вдоль оси x. Абсцисса каждой точки увеличилась на 2 единицы.  |
| **Пример 2.** Построить график функции y = −√xhttp://mathematichka.ru/school/functions/gr2.pngПрименили преобразование симметрии – зеркально отразили относительно оси x. | **Пример 5.** Построить график функции y = √−xhttp://mathematichka.ru/school/functions/gr5.pngПрименили преобразование симметрии – зеркально отразили относительно оси y. |

Заметим, что параллельный перенос графика относительно одной из осей в какую-либо сторону равносилен переносу этой оси относительно графика в противоположную сторону. Поэтому 3-е и 6-е правила можно объединить следующим образом: чтобы построить график функции y = f(x − m) + n нужно выполнить параллельный перенос всей плоскости координат так, чтобы началом новой системы координат x**'**y**'** была точка O**'**(m;n). Очевидно, что вместо того, чтобы дважды перерисовывать график, проще перечертить оси.

Если нужно скомбинировать только параллельные переносы, чтобы построить график функции, то всё равно в каком порядке их выполнять, и всё равно, что переносить - оси или кривые. Но если нужно построить график сложной функции, используя и перенос, и растяжение-сжатие, и отражения, то следует тщательно соблюдать порядок выполнения операций.

**Задания для практический части:**

1. **вариант** Постройте график зависимости крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту, задаваемый формулой где *y* – крутящийся момент, *x*- число оборотов в минуту. На оси абсцисс отложите число оборотов в минуту; на оси ординат – крутящийся момент в Н м. По графику функции определите, какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение (*крутящийся момент должен быть не менее 60 Нм*) ?
2. **вариант** Постройте график зависимости процесса разогрева двигателя легкового автомобиля, задаваемого формулой , где Т- температура двигателя, t- время. .На оси абсцисс отложите время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температуру двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60°C до температуры 90 C.

**Практическая работа №2**

**«Нахождение пределов функций с помощью замечательных пределов»**

**Цель работы:**

1. закрепить навыки нахождения пределов функций с помощью замечательных пределов
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Теорема.** Предел отношения синуса бесконечно малой дуги к самой дуге, выраженной в радианах, равен единице, то есть

 Этот предел называют первым замечательным пределом. С его помощью вычисляют пределы выражений, содержащих тригонометрические функции.

**Пример 1**. Вычислить 

 **Решение.** Преобразуем данное выражение: 

При вычислении пределов вида , где   используется второй замечательный предел:  или  или , 

 **Пример 2.** Найти 

 **Решение**. Полагая , получим:  и 

 **Пример 3**. Найти 

 **Решение.** Преобразуем выражение, стоящее под знаком предельного перехода.



 Так как , а , то .

Приведем еще несколько замечательных пределов:

1)        так как . Окончательно,;

2)       

3)       

=

4)       

**Пример 4.** Найти .

 **Решение.** Для решения воспользуемся формулой .

Преобразуем:

= 

**Задания практической части:**

**Вычислить пределы**

, , , ,

**Практическая работа №3**

**«Основы дифференциального исчисления»**

**Учебная цель:** уметь находить производные элементарных и сложных функций, производные произведения и частного.

**Учебные задачи:**

1) провести устный опрос по теоретическим вопросам

2) провести письменный опрос по формулам и правилам дифференцирования

3) выполнить задания на дифференцирование функций

**Задачи практической работы**

1. Повторение теоретического материала
2. Проверка знаний формул и правил дифференцирования
3. Выполнение заданий на дифференцирование функций.

**Содержание работы:**

|  |
| --- |
| Формулы дифференцирования |
| 1. (xn)'=nxn-12. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.  | 13. (xu)'=uxu-1·u'14**.** 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. .  |
| Правила дифференцирования |
| 1. 2.3. 4. 5.  |

**Примеры вычислений :**

1) f(x)=3x4+2x2-5x+3; используя формулы *(xn)'=nxn-1 , x'=1 , с'=0*

и правила *(cu)'=cu' ,* получаем

f'(x)=(3x4+2x2-5x+3)')=(3x4)'+(2x2)'-(5x)'+(3)'=3(x4)'+2(x2)'-5(x)'+(3)'=3·4х3+2·2х1-5·1+0=12х3+4х-5

2) f(x)=x3cosx ; используя формулы *(xn)'=nxn-1 и (cosx)'=-sinx* и правило

 получаем

f'(x)=(x3cosx)'= (x3)'cosx+ x3 (cosx)'=3х2соsx+x3(-sinx) =3х2соsx-x3sinx

3) f(x)=x4 /cosx ; используя формулы *(xn)'=nxn-1 и (cosx)'=-sinx* и правило

 получаем

f'(x)=(x4 /cosx)'= ((x4)'cosx- x4 (cosx)')/cos2x=(4х3соsx-x4(-sinx))/ cos2x =(4х3соsx+x4sinx)/ cos2x

4) f(x)=cos(3x2+2) ; используя формулы ,

а потом *(xn)'=nxn-1 , x'=1 , с'=0*

получаем f'(x) =cos'(3x2+2)· (3x2+2)'= -sin(3x2+2)·6x=-6х·sin(3x2+2)

5) f(x)=e 7x+8; используя формулы (, а потом *(xn)'=nxn-1 , x'=1 , с'=0*

получаем f'(x) = (e 7x+8)'= e 7x+8·(7х+8)'= e 7x+8·7=7e 7x+8·

|  |  |
| --- | --- |
| ***Вариант 1.*** | ***Вариант 2.*** |
| ***Найдите производную******1.*** *f(x)=3x8+6x3-7x+1;* ***2.*** *f(x)=5x3sinx;* ***3****. f(x)=6x2lnx* ***4****. f’ (х) =;*  ***5****. f(x) = sin(2x2 – 3x + 1);* ***6.*** *f(x) = cos3(2x – 1);* ***7.*** *f(x)=6 4x+1* ***8****.f(x)=(5x+7)3****9.****f(x)=log 24x****10.*** *f(x)=ln3x* | ***Найдите производную******1.*** *f(x)=2x6-9x2+5x-8;* ***2.*** *f(x)=6x4cosx;* ***3****. f(x)=2x3lnx* ***4****. f’ (х) =**;*  ***5****. f(x) = cos(3x2 – 4x + 2);* ***6.*** *f(x) = sin3(2 - 3x)****7.*** *f(x)=6 4x+1* ***8****.f(x)=(5x+7)3****9.****f(x)=log 24x****10.*** *f(x)=ln3x* |

**Практическая работа № 4**

**«Основы интегрального исчисления»**

**Цель:** Уметь находить неопределенный интеграл методами непосредственного интегрирования, интегрирования методом подстановки, интегрирования по частям. Уметь вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница

**Содержание работы:**

**Теоретический материал**

*Таблица интегралов*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 2. 3. 4. 5. 6.  | 7. 8. 9. 10.  11. 12.  | 13. 14. 15. 16.  |

**1. Непосредственное интегрирование**

Этот способ интегрирования предполагает такое преобразование подынтегральной функции, которое позволило бы использовать для решения табличные интегралы.

При непосредственном интегрировании применяются свойства неопределенного интеграла, таблица неопределенных интегралов и, если это необходимо, алгебраические преобразования

 **Пример вычисления 1:**

 Вычислите 

Решение: Для вычисления интеграла сначала воспользуемся 2 и 3 свойствами неопре­деленного интеграла, а затем применим 1 и 4 табличные интегралы:



 **Пример вычисления 2:**

Вычислите 

 Решение: Для вычисления интеграла сначала каждый член числителя почленно разделим на знаменатель, затем воспользуемся 2 и 3 свойствами неопре­деленного интеграла и применим 1 и 3 табличные интегралы

 

**2. Метод замены переменной (метод подстановки)**

Он является одним из наиболее эффективных и распространенных приемов интегри­рования, позволяющих вомногих случаях упростить вычисление интеграла. Суть этого ме­тода состоит в том, что путем введения новой переменной интегрирования заданный инте­грал сводится к новому интегралу, который легко вычисляется непосредственным интегри­рованием.

 **Пример вычисления 1:** С развернутым оформлением

Вычислите 

Решение:

Введем новую переменную *t = 3x-4*, тогда , откуда . Подставим новую переменную в интеграл (вместо выражения *3х-4* подставим *t*, вместо подставим ).

 

Далее нужно вернуться к первоначальной переменной. Для этого сделаем обратную замену (вместо *t* подставим выражение *3х-4*), получим окончательный ответ.

 

**Пример вычисления2:**

С кратким оформлением

Решение:

**3. Интегрирование по частям**

**Формула интегрирования по частям**

**∫ udv = uv - ∫ vdu**.

Пример вычисления 1:

С развернутым оформлением

Вычислить

****
Решение. Полагая, что



находим



 Пример вычисления 2:

С кратким оформлением

Вычислить *∫ (3х+2)lnxdx*

)=*(3x2/2+2x)lnx-∫(3x2/2+2x) 1/xdx=*

*∫ (3х+2)lnxdx*=(

*u=lnx, du=(lnx)'=1/xdx*

*dv=(3x+2)dx, v=∫(3x+2)dx=3x2/2+2x*

*=(3x2/2+2x)lnx-∫(3x2/2+2x) 1/xdx=(3x2/2+2x)lnx-∫(3x/2+2) dx= (3x2/2+2x)lnx-3x2/4-2x+C*

**Определенный интеграл**

Определенный интеграл вычисляется по следующей формуле:

 **Формула Ньютона-Лейбница**



**Пример вычислений 1:**



**Задания для самостоятельной работы:**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Вариант 1*** | ***Вариант 2.*** |
| ***Вычислите неопределенные интегралы*****1.** **2.** ∫ сos8xsinxdx**3.**∫ (4х-5)lnxdx | ***Вычислите неопределенные интегралы*****1.** **2.** ∫ sin6xsinxdx**3*.***∫ (6х-3)exdx |
| ***Вычислите определенный интеграл*****4**.  | ***Вычислите определенный интеграл*****4**.  |

**Практическая работа № 5**

**«Действия над матрицами»**

**Цель работы:**

1. закрепить навыки выполнения действий с матрицами (сложение, вычитание, умножение, возведение в степень)
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Действия над матрицами**

**1) Сложение.** Операция сложения матриц вводится только для матриц одинаковых размеров.

**Суммой двух матриц** А и В одинакового размера называется матрица С = А + В, элементы которой сij = aij + bij

***Пример***. Сложить матрицы А и В, если

*А = , В =*

***Решение***. Здесь А и С – квадратные матрицы второго порядка. Складывая их соответствующие элементы, получим

С = А + В = =

**2) Умножение матрицы на число.**

**Произведением матрицы** А на число λ называется матрица В равная λА, элементы которой bij = λaij

Умножение матрицы на число сводится к умножению на это число всех элементов матрицы.

***Пример*:** Умножить матрицу А = на число λ = 3.

Решение. Умножая каждый член матрицы А на 3, получим

 3А =

**3) Умножение матрицы на матрицу.**

**Умножение матрицы А на матрицу В** определено лишь в том случае, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы

Произведением матриц А = , В = называется матрица С =А·В =

Нужно каждый элемент первой строки умножить на соответствующий элемент первого столбца и полученные произведения сложить и т.д.

А2×3 = , В3×3 =

А · В =

 = .

**Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию**

* 1. Что называется матрицей?
	2. Что называется матрицей-строкой? матрицей-столбцом? вектором?
	3. Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
	4. Какие матрицы называются равными?
	5. Что называется главной диагональю матрицы?
	6. Какая матрица называется диагональной?
	7. Что значит транспонировать матрицу?
	8. Транспонируйте матрицу

 А=

* 1. Что называется суммой матриц?
	2. Что называется произведением матрицы на число?
	3. Как найти произведение двух матриц?
	4. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
	5. Какими свойствами обладает произведение матриц?

**Задания для практического занятия:**

1. Вычислите: D = A×B – 3C, если

A = , B = , C = .

1. Вычислите: D = (A×B) + С2, если

A = , B = , C = .

1. Вычислите: D = A×B – 2Cт, если

A = , B = , C = .

1. Вычислите: D = С2 - (A×B)т , если

A = , B = , C = .

**Практическая работа № 6**

**«Нахождение обратной матрицы»**

**Цель работы:**

1. закрепить навыки нахождения обратной матрицы)
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

Составим обратную матрицу для матрицы

Вычислим определитель матрицы А:

Найдем алгебраические дополнения

Составим матрицу из алгебраических дополнений

Транспонируем полученную матрицу, т.е. переходим к матрице

Умножая на получим обратную матрицу

**Задания практической части**

Составить обратные матрицы для данных

A=, В=, С=

**Практическая работа № 7**

**«Решение СЛАУ по формулам Крамера»**

**цель:** закрепить навыки нахождения переменных системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера

.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Решение СЛАУ методом Крамера**

Пусть дана система линейных уравнений с неизвестными

Составим главный определитель системы (1.1) т.е. определитель из коэффициентов при неизвестных в данной системе.

и вспомогательные определители, составляем их путем замены в главном определителе соответствующего столбца столбцом, состоящим из свободных членов.

Если то решение системы (1.1) находится по формулам Крамера:

**Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию**

1. Что называется системой линейных алгебраических уравнений?
2. Что значит решить систему уравнений?
3. Что является решением системы?
4. Какие бывают системы линейных алгебраических уравнений ?
5. Какими способами можно решить систему?
6. Опишите матричный способ решения системы уравнений.
7. Сформулируйте теорему Крамера.
8. Запишите формулы Крамера.

**Задания для практического занятия:**

**Решите системы уравнений по формулам Крамера:**

а) б)

**Практическая работа №8**

**«Решение СЛАУ различными методами»**

**Цель:** закрепить умения и навыки в решении систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы, методом Гаусса, по формулам Крамера

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Решение системы линейных уравнений в матричной форме**

Пусть дана система линейных уравнений с неизвестными

Составим матрицу коэффициентов:

Составим матрицу-столбец свободных членов:

Составим еще матрицу-столбец неизвестных:

Тогда система (1.1) в матричной форме примет вид

Если , то умножая на , получим

На этой формуле основан матричный способ решения систем линейных уравнений.

***Пример. Решить матричным способом систему уравнений***

Решение. Для данной системы

Чтобы воспользоваться формулой , надо найти матрицу, обратную к матрице А, т.е.

Вычислим определитель матрицы А:

Найдем алгебраические дополнения

Составим матрицу из алгебраических дополнений

Транспонируем полученную матрицу, т.е. переходим к матрице

Умножая на получим обратную матрицу

Итак,

Ответ:

**Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию**

1. Что называется системой линейных алгебраических уравнений?
2. Что значит решить систему уравнений?
3. Что является решением системы?
4. Какие бывают системы линейных алгебраических уравнений ?
5. Какими способами можно решить систему?
6. Опишите матричный способ решения системы уравнений.
7. Опишите способ решения СЛАУ по формулам Крамера
8. Опишите метод Гаусса решения СЛАУ

**Задания для практического занятия:**

**Решите системы уравнений в матричной форме:**

**Практическая работа № 9**

**«Выполнение операций над множествами»**

**Цель работы:** сформировать умение выполнять операции с множествами

**Содержание работы:**

**Теоретические сведения**

Множество – одно из основных понятий математики.

Множеством называется совокупность некоторых элементов, объединенных каким-либо общим признаком. Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы, понятия и т.п.

Множества обозначаются прописными буквами, а элементы множество строчными буквами. Элементы множеств заключаются в фигурные скобки.

Если элемент x принадлежит множеству X, то записывают x ∈ Х (∈ — принадлежит).

Если множество А является частью множества В, то записывают А ⊂ В (⊂ — содержится).

Множество может быть задано одним из двух способов: перечислением и с помощью определяющего свойства.

Два множества А и В равны (А=В), если они состоят из одних и тех же элементов.

Например, если А={1,2,3,4}, B={3,1,4,2} то А=В.

Объединением (суммой) множеств А и В называется множество А ∪ В, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

*Например*, если А={1,2,4}, B={3,4,5,6}, то А ∪ B = {1,2,3,4,5,6}

Пересечением (произведением) множеств А и В называется множество А ∩ В, элементы которого принадлежат как множеству А, так и множеству В.

*Например*, если А={1,2,4}, B={3,4,5,2}, то А ∩ В = {2,4}

Разностью множеств А и В называется множество АВ, элементы которого принадлежат множесву А, но не принадлежат множеству В.

*Например*, если А={1,2,3,4}, B={3,4,5}, то АВ = {1,2}

Симметричной разностью множеств А и В называется множество А Δ В, являющееся объединением разностей множеств АВ и ВА, то есть А Δ В = (АВ) ∪ (ВА).

*Например*, если А={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, то А Δ В = {1,2} ∪ {5,6} = {1,2,5,6}

*Свойства:*

Свойства перестановочности:

A ∪ B = B ∪ A

A ∩ B = B ∩ A

Сочетательное свойство:

(A ∪ B) ∪ C = A ∪ (B ∪ C)

(A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C)

**Задания практической части:**

1. **Задание «С миру по нитке».**Сначала надо восстановить шесть слов (половина букв уже вписана), а после из секторов, от которых отходят стрелки, нужно взять буквы и поместить в центральную фигуру. У вас получится главное слово задания (фамилия основоположника теории множеств)!

 

1. **Упражнение «Найди пару»**

 ∩ пустое множество

 В(А) мощность множества А

 U пересечение

 Ø объединение

 Ᾱ булеан множества А

 |А| универсальное множество

 \ дополнение

 U разность

1. Определить в каких отношениях находятся между собой три множества:

1) А{1, 3}; B – множество нечетных положительных чисел; С – множество решений уравнения X2−4X+3=0.

2) A={1, 2, 3}; B={2, 3}; C – множество решений уравнения Х−1=0.

3) U={1, 2, 3, … , 20}, A – множество четных чисел, В – множество нечетных чисел.

4) А – множество решений уравнения 2Х2−8X+6=0; В – множество решений уравнения X-1=0; N – множество натуральных чисел.

5) A={a, b, c}; B={a, b, d}; C={b, c}.

6) A={a, b}; B={a, c}; C={a, b, c}.

7) A={a}; B={{a}, {b}}; C={b}.

8) A – множество решений уравнения Х−5=0; В − множество решений уравнения Х2−9=0; C={{5}, {3}}.

9) A – множество решений уравнения X2−4X+3=0; B={{1}, {3}}; C – множество нечетных натуральных чисел.

10) A={a, b, c}; B={{c}}; C={c}.

11) A={a, b}; B={b, c}; C={a}.

12) A={a}; B={b}; C={a, b, c}.

1. Приняв множество первых 20 натуральных чисел в качестве универсума U, запишите его подмножества: А – четных чисел; В – нечетных чисел; С – квадратов чисел; D – простых чисел; и запишите множества, которые получатся в результате следующих операций:

1) А∪В; 2) А∩В; 3) А∩С; 4) А∩D; 5) C – А; 6) C – В; 7) C+D; 8) U – A;

9) U – B; 10) U – D; 11) U – A; 12) A∪B.

**Практическая работа № 10**

**«Комплексные числа и действия над ними»**

**Цель работы:**

1. закрепить умения по выполнению действий с комплексными числами
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Действия с комплексными числами**

1. **Сложение.**  Так как комплексное число можно интерпретировать как точку на комплексной плоскости, то если

, имеем: 

Например:

(3+2i) + (-4+7i) = (3-4)+(2+7)I = -1+9i.

1. **Умножение.**

а). Если числа заданы в алгебраической форме, имеем:

.

 Учитывая, что , имеем:

.

в). Если числа заданы в комплексной форме и , то .

При доказательстве мы используем формулы синуса суммы и косинуса суммы двух углов ( проделайте самостоятельно).

1. **Деление.**

а). Если числа заданы в алгебраической форме, то числитель и знаменатель домножим на сопряженное к знаменателю число, чтобы в знаменателе получилось действительное число. Имеем:



( проделайте вычисления самостоятельно, учитывая равенство ).

в). Если числа заданы в комплексной форме и , то

, если .

1. **Возведение в степень.**

Формулу произведения двух комплексных чисел можно обобщить на n сомножителей. Отсюда, как частный случай, получается формула:



**5. Извлечение корня n-ой степени.**

Имеет место формула Муавра:

, где .

Таким образом, комплексное число z имеет бесконечно много корней n-ой степени, причем различных корней – ровно n штук. Все корни расположены на окружности радиуса  в вершинах правильного n-угольника.

**Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию**

* + - 1. Дайте определение комплексного числа.
			2. Что называется мнимой единицей?
			3. В каких формах можно записать комплексное число?
			4. Какие действия можно совершать над комплексными числами?
			5. Объясните понятие сопряженного комплексного числа.

**Задания для практического занятия:**

**1.** Записать комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, отметить их на комплексной плоскости.

а). , б )., в ). 

**2.** Выполнить действия. Ответ записать в алгебраической форме.

а).  б).  в). 

**3.** Вычислить все различные корни их комплексного числа и нанести их на комплексную плоскость.

 а).  б).  в).  г). 

**4**. Решить уравнения:

а).  б).  в).  г). 

**5.** При каких значениях параметра **a** уравнение имеет комплексные корни?

а).  б). 

Найти эти корни при каком-либо значении параметра.

**6.** Какое множество точек на комплексной плоскости задается условием?

а).  б).  в). 

г).  д).  е). 

Изобразить найденное множество на комплексной плоскости.

**Практическая работа №11**

**«Решение практических задач на определение вероятности события»**

**Цель работы:** сформировать умения по определению вероятности события

**Теоретические сведения:**

## Понятие о случайном событии.

Если событие при заданных условиях может произойти или не произойти, то оно называется ***случайным***. В том случае, когда событие должно непременно произойти, его называют ***достоверным***, а в том случае, когда оно заведомо не может произойти,- ***невозможным****.*

События называются ***несовместными***, если каждый раз возможно появление только одного из них.

События называются ***совместными***, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появление другого при том же испытании.

События называются ***противоположными***, если в условиях испытания они, являясь единственными его исходами, несовместны.

События принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита: *А, В, С, Д,* … .

## Классическое определение вероятности

Число, являющееся выражением меры объективной возможности наступления события, называется ***вероятностью*** этого события и обозначается символом *Р(А).*

***Определение.*** Вероятностью события *А* называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события *А*, к числу *n* всех исходов т.е. .

***Теорема сложения вероятностей***

Вероятность наступления двух (или нескольких) несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:  или 

***Теорема умножения вероятностей***

Вероятность одновременного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: .

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, вычисляется по формуле

.

## Понятие о случайном событии.

Если событие при заданных условиях может произойти или не произойти, то оно называется ***случайным***. В том случае, когда событие должно непременно произойти, его называют ***достоверным***, а в том случае, когда оно заведомо не может произойти,- ***невозможным****.*

События называются ***несовместными***, если каждый раз возможно появление только одного из них.

События называются ***совместными***, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появление другого при том же испытании.

События называются ***противоположными***, если в условиях испытания они, являясь единственными его исходами, несовместны.

События принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита: *А, В, С, Д,* … .

## Классическое определение вероятности

Число, являющееся выражением меры объективной возможности наступления события, называется ***вероятностью*** этого события и обозначается символом *Р(А).*

***Определение.*** Вероятностью события *А* называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события *А*, к числу *n* всех исходов т.е. .

***Теорема сложения вероятностей***

Вероятность наступления двух (или нескольких) несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:  или 

***Теорема умножения вероятностей***

Вероятность одновременного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: .

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, вычисляется по формуле

.

**Задача 1.** В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Решение. Общее число различных исходов есть *n*=1000. Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет m=200. Согласно формуле, получим

 .

**Задача 2.** На заочное отделение техникума поступают контрольные работы по математике из городов *А, В* и *С*. Вероятность поступления контрольной работы из города *А* равна 0,6, из города *В* - 0,1. Найти вероятность того, что очередная контрольная работа поступит из города *С*.

Решение. События «контрольная работа поступила из города *А*», «контрольная работа поступила из города В» и «контрольная работа поступила из города С» образуют полную систему, поэтому сумма их вероятностей равна единице:

, т.е. .

**Задача 3.** В первой урне находится 6 черных и 4 белых шара, во второй- 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Решение. Пусть  - из первой урны извлечен белый шар; - из второй урны извлечен белый шар. Очевидно, что события  и  независимы.

Так как **, ,** то по формуле  находим

.

**Задания практической части:**

1. При стрельбе по мишени вероятность сделать отличный выстрел равна 0,3, а вероятность выстрела на оценку «хорошо» равна 0,4. Какова вероятность получить за сделанный выстрел оценку не ниже «хорошо»?
2. Вероятность того, что лицо умрет на 71-м году жизни, равна 0,04. Какова вероятность того, что человек не умрет на 71-м году?|
3. Бросается один раз игральная кость. Определить вероятность выпадения 3 или 5 очков.
4. В урне 30 шаров: 15 белых, 10 красных и 5 синих. Какова вероятность вы­нуть цветной шар, если вынимается один шар?
5. В денежно-вещевой лотерее на серию в 1000 билетов приходится 120 де­нежных и 80 вещевых выигрышей. Какова вероятность какого-либо выигрыша на один лотерейный билет?
6. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании, если при первом испытании был извлечен черный шар.
7. В колоде 36 карт. Наудачу вынимаются из колоды 2 карты. Определить вероятность того, что вторым вынут туз, если первым тоже вынут туз.
8. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.
9. Какова вероятность того, что из колоды в 36 карт будут вынуты подряд два туза?
10. Два стрелка стреляют по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, вторым стрелком — 0,7. Найти вероят­ность поражения цели двумя пулями в одном залпе.
11. Найти вероятность одновременного появления герба при одном бросании двух монет.
12. Имеется два ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе вынутые детали окажутся стандартными.
13. В семье двое детей. Принимая события, состоящие в рождении мальчика и девочки равновероятными, найти вероятность того, что в семье: а) все девочки; б) дети одного пола..]
14. Пусть всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероят­ность того, что из двух посеянных семян взойдет какое-либо одно?
15. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?

**Практическая работа №12**

**«Решение задач с реальными дискретными случайными величинами»**

**Цель работы:**

1. закрепить умения по решению задач с реальными дискретными случайными величинами
2. способствовать развитию аналитического мышления, внимания обучающихся;
3. воспитать интерес к предмету, трудолюбие, ответственность, самостоятельность и творческую активность.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

1. **Случайной величиной** называется числовая переменная величина, принимающая в зависимости от случая те или иные значения с определёнными вероятностями.
2. **Математическим ожиданием**дискретной случайной величины называется число, равное сумме произведений всех значений случайной величины на вероятности этих значений М(*x*) = *x*ipi = *x*1p1+ *x*2p2 + ... + *x*npn **(1)**
3. **Дисперсией** дискретной случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания: D(*x*) = M(*x* – M(*x*))2 **(2)** или или D(*x*) = M(*x*2) – (M(*x*))2 **(3)**
4. Дисперсия случайной величины характеризует степень разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания.

**Средним квадратичным отклонением** дискретной случайной величины называется квадратный корень из дисперсии: (*x*) = D(*x*) **(4)**

**Пример1.** Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа очков, выпадающих при бросании игральной кости.

**Решение.** Случайная величина Х числа очков принимает значения1, 2, 3, 4,5, 6. Составим закон ее распределения:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Pi | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 |

Тогда математическое ожидание вычисляется по формуле (1):

****

Закон распределения случайной величины х2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi  | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 |
| Pi | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 |

Тогда M(*x*2)=1/6(1+4+9+16+25+36)=1/6∙91=91/6

По формуле (3) найдем дисперсию: D(*x*) = M(*x*2) – (M(*x*))2=91/6-(7/2)2=35/12=2,92

По формуле (4) вычислим среднее квадратичное отклонение

(*x*) = D(*x*)=√2, 92≈1,71

Ответ: М(х)=3,5; D(x)=2,92; (*x*) =1,71.

**Задания практической части:**

* + - 1. Составить закон распределения и найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при одном бросании двух игральных костей
			2. Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при одном бросании двух игральных костей
			3. Для заданного закона распределения найти М(*x*), D(*x*), (*x*).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*i | 0 | 3 | 5 | 8 |
| pi | 0.3 | 0.25 | 0.3 | 0.15 |