**ПОИСКИ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ**

***Кулевацкая Надежда Николаевна****,*

*учитель математики МКОУ «СШ № 2 г. Жирновска» Волгоградской области*

В настоящей статье изложены примеры рассуждений, исследований, приводящих к открытию путей и средств решения разнообразных математических задач. Таким образом, имеется возможность видеть, как найдено решение той или иной задачи, каков был процесс поисков этого решения.

Решение трудной задачи – крайне сложный процесс. Никакие методические указания не могут исчерпать многообразия его сторон. Любое указание обязательно будет неполным, схематичным. Поэтому для решения трудной задачи нужны, кроме теории, методических указаний, еще и догадки, изобретательность.

Итак, некоторые рекомендации, которыми полезно пользоваться при решении задач всегда.

1. В первую очередь необходимо изучить текст задачи до полного понимания. Не следует суетливо приниматься за решение задачи, не поняв всех условий задачи и той цели, которая должна быть достигнута. Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо ответить на такие вопросы: Что дано? В чем состоят условия задачи? Что надо найти или что надо доказать?

 Решение задачи надо начинать лишь тогда, когда задача стала ясной и прочно запечатлелась в вашем сознании. Но чтобы решить задачу, надо иметь еще и желание ее решить и быть готовым проявить для этого необходимую настойчивость.

1. Если с задачей связана какая-либо геометрическая фигура, то надо сделать чертеж и указать на нем (если это возможно) данные и искомые величины, выбирая для их обозначения наиболее подходящие и удобные символы.

 Неправильный или неточный чертеж может иногда направить вас на ложный путь и привести к неверным заключениям. Если первый чертеж оказался почему-то неудачным, сделайте его более вдумчиво заново.

 Однако необходимо знать, что все же не чертеж, а логические связи являются основой для заключений в ходе решения задачи. Поэтому решение задачи невозможно подменить никаким даже очень точным чертежом. К чертежу как средству наглядности полезно прибегать в некоторых случаях и при решении не геометрических задач.

1. Решая задачу, контролируйте каждый свой шаг, т.е. каждую выкладку и вычисление, каждое построение. Вы обязаны уметь доказать правильность каждого совершенного вами действия.
2. В процессе решения задачи не забывайте следить за тем, все ли условия или данные задачи вами уже использованы.
3. Если, решая задачу, вы остановились и не знаете, что делать дальше, сопоставьте то, что вы уже получили, с тем, что требуется получить. Во многих случаях одно такое сопоставление бывает достаточным, чтобы увидеть правильный путь дальнейших действий.
4. Обратите внимание еще на одну, правда, редко встречающуюся ситуацию. Представьте себе, что по ошибке или даже преднамеренно вам предложили доказать ложное утверждение, разумеется, не предупредив вас, что оно ложное.

 Конечно, в действительности такая задача не имеет смысла, и ее невозможно решить. Если вы заметите, что утверждение ложное, и докажите его ложность, то это доказательство заменит собой несуществующее решение задачи и будет означать, что вы правильно ответили на ложно поставленную задачу, т.е. справились с этой задачей.

 Но если вы не заметите, что утверждение ложное и станете его доказывать, то ваши усилия не приведут е цели. Однако они могут оказаться не напрасными, если в процессе этих усилий вы обнаружите ложность утверждения.

 Приведем пример. Пусть предложено доказать, что неравенство *10(а+в)>ав* справедливо при любых положительных значениях букв *а* и *в*.

 Прежде чем доказывать это утверждение, посмотрим, не является ли оно ложным. Взяв, например, *а=10* и *в=10*, получим, что неравенство справедливо. А взяв, например, *а=100* и *в=100*, мы получим в левой части неравенства 2000, а в правой 10000, т.е. обнаружим, что данное утверждение является ложным.

 Теперь допустим, что мы не заметили ложность утверждения. Стремясь доказать это утверждение и не подозревая, что оно ложное, мы, естественно, станем преобразовывать неравенство *10(а+в)>ав* к виду, например, $10 ∙\frac{a+b}{ab}>1$ или $10\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)>1$*.* Но здесь мы можем сразу заметить, что при достаточно больших значениях букв *а* и *в* дроби $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$ будут числами сколь угодно близкими к нулю. А в таком случае число $10\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)>1$также окажется сколь угодно близким к нулю, а следовательно, меньшим единицы. Этим и доказана ложность данного утверждения.

1. Приведем еще пример, когда условия задачи недостаточны для ее решения.

 *З а д а ч а*. Катер прошел по течению реки расстояние *10 км* от *А* до *В* и обратный путь от *В* до *А*, затратив на весь путь туда и обратно *1 час*. За какое время катер пройдет с той же собственной скоростью расстояние *20 км* по озеру?

 Чтобы найти ответ на поставленный вопрос, надо знать собственную скорость катера.

 Пусть собственная скорость катера равна *v км/ч,* а скорость течения реки *а км/ч.* Тогда по условию задачи $\frac{10}{v-a}$ + $\frac{10}{v-a}$ = 1. Отсюда $v^{2}$ - 20*v* - $a^{2}$ = 0, или *v=10*$\mp \sqrt{100+ a^{2}}$*.* Скорость катера не может быть отрицательной, поэтому *v=10+*$\sqrt{100+a^{2}}. $Из этой формулы видно, что определить собственную скорость катера невозможно, т.к. неизвестна скорость течения реки. Следовательно, для решения задачи данные условия недостаточны.

1. Несколько замечаний о задачах вообще. Существуют задачи, для решения которых достаточны логические рассуждения, подсказываемые здравым смыслом. Но существуют и такие задачи, для решения которых нужны, кроме того, еще и догадки, изобретательность.

 Существуют задачи, поставленные крупнейшими математиками мира и до настоящего времени еще не решенные. Причем зачастую эти задачи формулируются настолько просто, что понять их может школьник средней ступени. Приведем примеры.

 А) Одна из самых старых нерешенных задач связана с совершенными числами. Натуральное число называется *совершенным*, если оно равно сумме всех своих делителей (включая единицу, но исключая само число). Например, совершенными являются числа 6 и 28. Действительно, 6=1+2+3; 28=1+2+4+7+14. Доказано, что при тех значениях *n,* при которых число $2^{n+1}-1 $ является простым, число *N=*$(2^{n+1}$*-1)*$∙2^{n}$ всегда будет совершенным. Все найденные совершенные числа являются четными. Но до сих пор никто не знает, есть ли хоть одно нечетное совершенное число. Эта проблема пока не разрешена.

 Б) До сих пор, на протяжении более трех столетий, не доказана и не опровергнута так называемая *великая теорема Ферма*. Это теорема гласит следующее: «Если натуральное число n > 2, то уравнение $x^{n}+ y^{n }$= $z^{n}$ не имеет решений в области натуральных чисел». (При n=2 такие решения существуют, например, x=3, y=4, z=5 или x=5, y=12, z=13). Для некоторых n, например для всех n от 3 до 100, это утверждение Ферма доказано немецким математиком Куммером Э. (1810 - 1893) и его учениками.

 В) Среди других труднейших математических задач, над которыми размышляли крупнейшие математики мира, особое место занимает *проблема Эйлера – Гольдбаха*. Это проблема гласит: «Всякое четное число, большее двух, является суммой двух простых чисел».

 Поясним это на примерах:

 4=2+2,

 6=3+3,

 8=3+5,

 10=3+7=5+5,

 12=5+7,

 14=3+11=7+7,

 ………………….

 40=3+37=11+29=17+23.

 В течение долгого времени не удавалось найти никаких путей исследования этой проблемы. Некоторые математики пытались даже путем проверки на примерах натолкнуться на противоречащий случай, но такая проверка не дала результата. Один из лучших знатоков теории чисел начала XX столетия Ландау сказал на Международном математическом конгрессе 1912 года: «Проблема Эйлера-Гольдбаха превосходит силы современной математики». Но в 1937 году действительный член Академии наук СССР И.М. Виноградов доказал эту проблему для всех достаточно больших чисел, а именно для всех чисел, больших, чем $3^{43046721}. $ Относительно этого числа можно сказать образно, что оно неизмеримо больше числа атомов в Галактике. Несмотря на это, достижение И.М. Виноградова признано у нас и за рубежом одним из крупнейших в теории чисел первой половины XX века.

 Наряду с такими математическим проблемами, которые в свое время были поставлены, но до настоящего времени не решены, существует много и таких, которые на протяжении столетий и даже тысячелетий не удавалось решить, но в конце концов оказались решенными. Вот несколько примеров.

 А) Задача о построении циркулем и линейкой квадрата, равновеликого данному кругу (*задача о квадратуре круга*), и задача о делении произвольного угла на три равные части (*задача о трисекции угла*) оставались нерешенными на протяжении четырех тысячелетий. Все попытки решить эти задачи оставались бесплодными.

 Наконец, в 1837 году французский математик Ваецель доказал, что деление произвольного угла на три равные части с помощью циркуля и линейки невозможно. А в 1887 году немецкий математик Линдеман доказал, что число π (отношении длины окружности к своему диаметру) является трансцендентным, т.е. не удовлетворяет никакому алгебраическому уравнению с целыми коэффициентами. Этим самым он доказал, что с помощью циркуля и линейки невозможно построить квадрат, равновеликий данному кругу. Таким образом, обе эти классические задачи, восходящие к древнегреческой математике, оказались решенными лишь в XIX веке.

 Б) *Уравнения 3-й и 4-й степени в общем виде* были решены лишь в XVI веке итальянскими математиками Кардано, Тарталья, Феррари.

 В) *Неразрешимость уравнений степени выше четвертой в общем виде* была доказана лишь в XIX веке норвежским математиком Абелем и молодым французским математиком Галуа.

 Г) В 1900 году на международном математическом конгрессе один из крупнейших математиков XX века Гильберт поставил 23 математические проблемы. Большинство из этих проблем Гильберта к настоящему времени решены. Причем решение многих из них принадлежат советским математикам А.Н. Колмогорову, А.О. Гельфонду, Л.С. Понтрягину, В.И. Арнольду.

 Итак, вам не удается решить задачу самостоятельно? Может, вы забыли необходимую теорему или формулу? Или прочитали текст задачи поверхностно и просто не поняли задачу? А может, сочли задачу непосильной и не стали даже ее решать? Не проявили достаточную настойчивость? И если вы сумеете всякий раз правильно ответить на эти вопросы, то и это будет повышать в некоторой мере ваше умение решать задачи самостоятельно.

 Вспомните, не было ли в вашей практике таких случаев, когда вы, узнав правильное решение задачи (или доказательство теоремы), все же остались неудовлетворенными и ставили перед собой такой вопрос: «А каким образом найдено или раскрыто это решение? Каков был процесс поисков этого решения? Не могу ли я решить задачу иначе, и даже может быть лучшим способом?»

 «Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия. Задача, которую вы решаете, может быть скромной, но если она бросает вызов вашей любознательности и заставляет вас быть изобретательным и если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радость победы» (Д. Пойа. Как решать задачу).

**Библиографический список**

Алгебра и начала анализа: Учеб. пособие для ст. классов общеобразоват. и среднеспец. учеб. заведений / Г.Д. Глейзер, С.М. Саакян, И.Г. Вяльцева, А.С. Алексеев; Под ред. Г.Д. Глейзера. – 6-е изд. – М.: Просвещение: Владос, 1995, - 432 с.: илл.

Депман И. Я., Виленкин Н. Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5—6 кл. сред. шк. Edu – Lib.com. Онлайн – библиотека: точные науки

Математическая Энциклопедия. Ред. коллегия: И.М. Виноградов (глав.ред) и др. – М.: «Советская энциклопедия» (в 6 томах), 1977

Математика: Пособие по тестированию для поступающих в СГУ. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2017. – 124 с.: ил.

Пособие по математике. 10-11 кл. / А.Д. Кутасов, Т.С. Пиголкина, В.И. Чехлов и др.; Под ред. Г.Н. Яковлева. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2013. – 720 с.: илл.

Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справ. пособие – «СТОЛЕТИЕ». 1995 – 544 с., илл.

 [www.vixri.ru](http://www.vixri.ru). Пойа Д.. Как решать задачу. Электронная библиотека «Альтернативная наука»