**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Мурманский арктический государственный университет»**

**в г. Апатиты**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б3.В.ОД.14 Методы оптимизации**

(шифр дисциплины и название в строгом соответствии

с федеральным государственным образовательным стандартом и учебным планом)

**образовательной программы
по направлению подготовки бакалавриата**

 **09.03.02 «Информационные системы и технологии»**

**профиль: Общий профиль**

(код и наименование направления подготовки

с указанием профиля (наименования магистерской программы)

**очная форма обучения**

 форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| **Составитель:** Тоичкин Н.А., к.т.н., доцент кафедрыинформатики, вычислительной техники и информационной безопасности | Утверждено на заседании кафедры информатики, вычислительной техники и информационной безопасности (протокол № \_\_ от \_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2016г.)Зав. кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ подпись Ф.И.О.  |

**Структура рабочей программы дисциплины**

**1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ). Б3.В.ОД.14 Методы оптимизации**

**2. АННОТАЦИЯ К ДИСЦИПЛИНЕ**

Основные цели изучения дисциплины "**Методы оптимизации**":

1. Формирование знаний и умений по постановке и решению оптимизационных задач.
2. Формирование понимания основных принципов, лежащих в основе методов решения задач оптимизации.
3. Приобретение практических навыков в использования основных типов информационных систем и прикладных программ общего назначения для решения с их помощью практических задач оптимизации.
4. Формирование навыков формализованного описания задач оптимизации, построения математических моделей, интерпретации результатов решения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

***знать:***

* методы и алгоритмы решения оптимизационных и экстремальных задач;

***уметь:***

* формулировать целевую функцию оптимизационных задач и записывать ограничения оптимизационных задач;
* составлять математические модели практических экстремальных задач;
* использовать известные методы решения и делать выводы.

***владеть:***

* методами решения задач оптимизации в инструментальных средах.

**3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ** **РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

В результате освоении содержания дисциплины «Методы оптимизации» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

* способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (**ОПК-2**).

**4. УКАЗАНИЕ МЕСТА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина входит в вариативную часть профессионального цикла образовательной программы бакалавра по направлению «Информационные системы и технологии».

Для освоения данной дисциплины обучающиеся используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, которые они получили в процессе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Информатика», «Программирование», «Дискретная математика», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

В свою очередь, «Методы оптимизации» представляет собой методологическую базу для изучения дисциплин: «Основы теории управления», «Исследование операций», «Теория принятия решений».

**5. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц или 144 часа.

 (из расчета 1 ЗЕТ= 36 часов).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Курс | Семестр | Трудоемкость в ЗЭТ | Общая трудоемкость (час) | Контактная работа | Всего контактных часов | Из них в интерактивных формах | Кол-во часов на СРС | Формаконтроля |
| ЛК | ПР | ЛБ |
| **2** | **4** | **4** | **144** | **34** | **--** | **16** | **50** | **12** | **94****(из них 36 ч для подготовки к экзамену)** | **экзамен** |

**6. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | Наименованиераздела, темы | Контактная работа | Всего контактных часов | Из них в интерактивной форме | Кол-во часов наСРС |
| ЛК | ПР | ЛБ |
| 1 | **Основы теории оптимизации** Начальные сведения о задачах оптимизации: постановка и классификация задач, существование оптимального решения. Понятия о методах оптимизации. Классификация методов оптимизации. Примеры задач из области оптимизации. | 2 | - | - | 2 | - | 2 |
| 2 | **Методы одномерной и многомерной оптимизации.** Экстремумы функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия минимума гладких функций одной переменной. Экстремумы функции многих переменных. Условия первого и второго порядков. Квадратичные формы. Условия положительной определенности квадратичных форм. Необходимые и достаточные условия экстремума функций нескольких переменных. | 4 | - | 2 | 6 | 2 | 8 |
| 3 | **Оптимизационные задачи с ограничениями.** Задачи на условный экстремум. Решение задач с ограничениями типа равенств. Метод множителей Лагранжа.  | 4 | - | - | 4 | - | 4 |
| 4 | **Численная реализация методов оптимизации функций одной переменной**. Методы прямого последовательного поиска (метод поиска с возвратом, дихотомия, золотое сечение, метод чисел Фибоначчи), сравнение методов. | 4 | - | 4 | 8 | 2 | 4 |
| 5 | **Численные методы безусловной многомерной оптимизации**. Прямые методы поиска безусловного экстремума. Градиентные методы. | 4 | - | - | 4 | - | 4 |
| 6 | **Задачи линейного программирования.** Примеры задач. Общая задача линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Приведение задач линейного программирования к каноническому виду. Графическая интерпретация задач линейного программирования. Базисные решения и их свойства. | 4 | - | 2 | 6 | 2 | 6 |
| 7 | **Опорный план (базис) канонической задачи линейного программирования.** Построение опорного плана. Симплекс-таблица. Пересчет симплекс-таблицы. Критерии оптимальности опорного плана. Этапы реализации симплекс-метода | 2 | - | 2 | 4 | 2 | 4 |
| 8 | **Метод искусственного базиса** (построение вспомогательной задачи и ее базиса, нахождение начального опорного плана исходной задачи, решение исходной задачи). Модифицированный симплекс-метод (построение вспомогательной целевой функции, алгоритм решения канонической задачи для построенной целевой функции, связь решений вспомогательной и исходной задач). | 2 | - | 2 | 4 | - | 6 |
| 9 | **Теория двойственности**. Общие правила построения двойственной задачи. Лемма о взаимной двойственности. 1-ая и 2-ая теоремы двойственности. Одновременное решение прямой и двойственной задач. Использование 2-ой теоремы двойственности для проверки на оптимальность решения ЗЛП. Двойственный симплекс-метод.  | 2 | - | 2 | 4 | 2 | 6 |
| 10 | **Транспортная задача**. Ограничения и целевая функция канонической (закрытой) транспортной задачи. Решение закрытой транспортной задачи методом потенциалов. Приведение открытых транспортных задач к канонической задаче. | 2 | - | 2 | 4 | 2 | 8 |
| 11 | **Динамическое программирование**Задачи динамического программирования. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Решение задач динамического программирования рекурсивным методом. | 4 | - | - | 4 | - | 6 |
|  | Итого: | **34** | **---** | **16** | **50** | **12** | **58** |
|  | **Экзамен** |  |  |  |  |  | **36** |

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Электронный образовательный ресурс «Методы оптимизации» в системе MOODLE(модульная объектно-ориентированная динамическая учебная среда) МАГУ: <http://moodle.arcticsu.ru/course/view.php?id=109>.

**8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**Общие сведения**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. | Кафедра  | **Информатики, вычислительной техники и информационной безопасности** |
| 2. | Направление подготовки | **09.03.02 «Информационные системы и технологии»**  |
| 3. | Дисциплина (модуль) | **Б3.В.ОД.14 Методы оптимизации** |

**Перечень компетенций**

|  |
| --- |
| * способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (**ОПК-2**)
 |

**Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)** | **Формируемая компетенция** | **Критерии и показатели оценивания компетенций** | **Формы контроля сформированности компетенций** |
| **Знать:** | **Уметь:** | **Владеть:** |
| 1. *Основы теории оптимизации*
 | **ОПК-2** | виды и методы решения задач оптимизации | выполнять обобщенную и формализованную постановку задачи оптимизации |  | Тест |
| 1. *Методы одномерной и многомерной оптимизации*
 | **ОПК-2** | знать основные классические методы одномерной и многомерной оптимизации | выполнять решения задачи на поиск экстремального значения функции методами классического анализа  | методами решения задач одномерной и многомерной оптимизации | Тест, решение задач |
| 1. *Оптимизационные задачи с ограничениями*
 | **ОПК-2** | принципы решения задач на условный экстремум; | выполнять решения задачи на поиск условного экстремума методом множителей Лагранжа; использовать инструментальные средства при решении задач  | методом множителей Лагранжа | Тест, решение задач |
| 1. *Численная реализация методов оптимизации функций одной переменной.*
 | **ОПК-2** | основные численные методы поиска экстремумов для функции одной и нескольких переменных | выполнять решения задачи на поиск экстремального значения функции численными методами | навыками алгоритмизации численных задач поиска экстремума | Тест, лабораторная работа |
| 1. *Численные методы безусловной многомерной оптимизации.*
 | **ОПК-2** | градиентные методы безусловной многомерной оптимизации | выполнять решения задачи на поиск экстремального значения многомерной функции градиентными методами;использовать инструментальные средства при решении численных задач оптимизации | навыками алгоритмизации градиентных методов | Тест, решение задач, доклад |
| 1. *Задачи линейного программирования*
 | **ОПК-2** | постановку задачи линейного программирования (ЛП); примеры задач ЛП | выполнять переход к канонической форме задачи ЛП;  | методом решения задачи ЛП графическим методом, аналитически и используя инструментальные средства | Тест, решение задач, лабораторная работа |
| 1. *Опорный план (базис) канонической задачи линейного программирования*
 | **ОПК-2** | принципы построения и работы с симплексными таблицами;критерии оптимальности опорного плана; этапы реализации симплекс-метода | проводить расчеты по симплекс таблице | методом решения задачи ЛП симплекс методом, аналитически и используя инструментальные средства  | Тест, решение задач |
| 1. *Метод искусственного базиса*
 | **ОПК-2** | методы поиска начального опорного плана исходной задачи ЛП | выполнять построение опорного плана для задачи ЛП | методом решения задачи ЛП симплекс методом, аналитически и используя инструментальные средства | Тест, решение задач |
| 1. *Теория двойственности*
 | **ОПК-2** | знать правила построения двойственной задачи ЛП; теоремы двойственности  | формулировать двойственную задачу ЛП из исходной;осуществлять переход от исходной задачи к двойственной; двойственный симплекс-методом | алгоритмом поиска оптимального решения двойственной задачи по оптимальному решению исходной | Тест, лабораторная работа |
| 1. *Транспортная задача*
 | **ОПК-2** | формулировку транспортной задачи ЛП; критерий для поиска оптимального решения транспортной задачи | выполнять обобщенную и формализованную постановку транспортной задачи ЛП;приводить транспортную задачу к закрытому виду | методом решения транспортной задачи ЛП графическим методом, аналитически и используя инструментальные средства | Тест, лабораторная работа |
| 1. *Динамическое программирование*
 | **ОПК-2** | постановку задачи динамического программирования | выполнять решение задачи динамического программирования рекурсивным методом. | принципом поэтапного построения оптимального управления | Тест |

**Критерии и шкалы оценивания**

1. **Тест**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Процент правильных ответов | До 60 | 61-80 | 81-100 |
| Количество баллов за решенный тест | 1 | 2 | 3 |

1. **Критерии оценки выступление студентов с докладом, рефератом, на семинарах**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Характеристики ответа студента** |
| 5 | - студент глубоко и всесторонне усвоил проблему;- уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;- опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью;- умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;- делает выводы и обобщения;- свободно владеет понятиями  |
| 3 | - студент твердо усвоил тему, грамотно и по существу излагает ее, опираясь на знания основной литературы;- не допускает существенных неточностей;- увязывает усвоенные знания с практической деятельностью;- аргументирует научные положения;- делает выводы и обобщения;- владеет системой основных понятий  |
| 2 |  - тема раскрыта недостаточно четко и полно, то есть студент освоил проблему, по существу излагает ее, опираясь на знания только основной литературы;- допускает несущественные ошибки и неточности;- испытывает затруднения в практическом применении знаний;- слабо аргументирует научные положения;- затрудняется в формулировании выводов и обобщений;- частично владеет системой понятий  |
| **0** | - студент не усвоил значительной части проблемы;- допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении ее;- испытывает трудности в практическом применении знаний;- не может аргументировать научные положения;- не формулирует выводов и обобщений;- не владеет понятийным аппаратом  |

1. **Решение задач**

0,5 балла выставляется, если студент решил все рекомендованные задачи, правильно изложил все варианты их решения, аргументировав их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

0,3 балла выставляется, если студент решил не менее 85% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

0,2 балла выставляется, если студент решил не менее 65% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты их решения, аргументировав их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

0 баллов - если студент выполнил менее 50% задания, и/или неверно указал варианты решения.

1. **Выполнение лабораторной работы**

5 баллов выставляется, студент выполнил полностью все задания указанные в лабораторной работе и может аргументировано пояснить ход своего решения.

2 баллов выставляется, если студент выполнил не менее 85 % заданий указанных в лабораторной работе, и может аргументировано пояснить ход своего решения и указать.

1 балла выставляется, если студент решил не менее 50% заданий указанных в лабораторной работе, и может аргументировано пояснить ход своего решения.

0 баллов выставляется, если студент не может аргументированно пояснить ход своего решения.

В случае если сроки сдачи работ превышены, количество баллов сокращается на 50%.

***Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы***

***1) Типовое тестовое задание***

1.Указать, чему равно наибольшее значение функции  на отрезке :

1. 1
2. 3
3. 4
4. 6

2. Указать, чему равно наибольшее значение функции  на отрезке :

1. 0
2. 
3. 1
4. 

3. Матрица Гессе для функции *f (X)*, где *X = (x1, x2, …, xn)T* составляется из всех частных производных:

1. первого порядка
2. третьего порядка
3. от второго до n- го порядка
4. второго порядка

4. По критерию Сильвестра матрица A называется отрицательно определенной если:

1. все ее диагональные миноры положительны
2. все ее диагональные миноры не отрицательны
3. все ее диагональные миноры чередуют знак, начиная с «-»
4. все ее диагональные миноры отрицательны
5. Достаточное условие минимума функции *f(X)*, где *X = (x1, x2, …, xn)T*:
6.  и H(X\*) > 0
7.  и H(X\*) < 0
8.  и H(X\*) < 0
9.  и H(X\*) > 0

6. Направление наибыстрейшего возрастания функции  в точке Р(1, 2, 1) определяется вектором grad u с координатами…

1. (3, 3, 1)
2. (2, 3, 1)
3. (3, 5, 1)
4. (2, 3, 0)
5. Дана задана задача линейного программирования:

.

Как данная задача выглядит каноническом виде?

1. 
2. 
3. 
4. 
5. Какие из следующих утверждений верны?
6. min(-f()) = max f()
7. max f() = min f(-)
8. min f() = -max f(-)
9. max ( -f()) = min f()
10. Задача:



Записана в …

1. общем виде
2. основном виде
3. векторно-матричной форме
4. канонической форме
5. Дана симплекс таблица решения задачи линейного программирования на максимум. Выберите истинное утверждение:



1. необходимо выполнить итерацию Жордана – Гаусса для дальнейшего решения задачи
2. задача не имеет решения
3. оптимальное решение задачи x1\* = 5; x2\* = 0; x3\* = 3; x4\* = 0
4. оптимальное решение задачи x1\* = 0; x2\* = 6; x3\* = 0; x4\* = -4

**Ключ:** 1-1, 2-3, 3-4, 4-3, 5-1, 6-2, 7-1, 8-1 и 4, 9-4, 10-2

***2) Примерные темы докладов***

1. Характеристика методов прямого потока функции n переменных при отсутствии ограничений.
2. Сравнительный анализ градиентных методов оптимизации при отсутствии ограничений.
3. Краткая характеристика методов выбранной точки для безусловной минимизации.
4. Вычислительные аспекты алгоритмов безусловной минимизации без производных.
5. Вычислительные аспекты алгоритмов безусловной минимизации с использованием первых производных.
6. Краткая характеристика методов одномерной оптимизации.
7. Вычислительные аспекты алгоритмов безусловной оптимизации с использованием вторых производных.
8. Сравнение проективных методов решения задач оптимизации.
9. Оценки эффективности методов нелинейного программирования.
10. Обзор библиотек и пакетов прикладных программ для решения задач оптимизации.
11. Организация данных оптимизационных программ.
12. Разработка программ решения задач оптимизации.

***3) Пример решения задач***

**Пример 1.** По известному оптимальному решению *X=(2,4; 8,6)* следующей задачи ЛП.



определить оптимальное решение двойственной задачи.

*Построим двойственную задачу:*

Так как целевая функция максимизируется, все ограничения-неравенства задачи должны быть типа ≤.

Умножим третье ограничение на (-1) и воспользуемся правилами построения двойственных задач, приведенными в разделе 2.

Каждому ограничению прямой задачи ставим в соответствие переменную двойственной задачи.

Все переменные , так как ограничения прямой задачи неравенства.



Каждой переменной прямой задачи соответствует ограничение– неравенство типа  двойственной задачи



Задача (2) является двойственной к задаче (1)

Для нахождения решения задачи (2) используем 2-ю теорему двойственности. Подставим *X=(2,4; 8,6)* в ограничения исходной задачи:



Видим, что третье ограничение исходной задачи выполняется как строгое неравенство. Тогда согласно условиям (18) второй теоремы двойственности соответствующая этому ограничению переменная *y3* равна нулю.

Так как в оптимальном решении исходной задачи *X=(2,4; 8,6) обе* компоненты положительны, то в соответствии с условиями (6,15) оба ограничения двойственной задачи оптимальным решением должны обращаться в равенства:



Так как *y3* = 0, то для определения оптимального решения двойственной задачи имеем следующую систему уравнений



Решением этой системы являются *y1* =1/6; *y2* =1/6. Тогда оптимальным решением двойственной задачи является вектор . Проконтролировать правильность полученного результата можно по 1 теореме двойственности. Для этого нужно убедиться, что решения *X=(2,4; 8,6) и Y =(1/6; 1/6; 0)* являются допустимыми решениями (планами) своих задач, а значения критериев совпадают: *F(X)=T(Y)=11.*

**Пример 2.** Предприятие выпускает два вида продукции, используя три вида сырья. Определить оптимальный план выпуска изделий из условия максимальной суммарной прибыли. Исходные данные приведены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип сырья | Запас ресурсов | Количества ресурсов на единицу продукции |
|  |  | А | В |
| 123 | 324860 | 4 40 | 2610 |
| Доход на ед.продукции, руб. | 4 | 8 |

Составим математическую модель задачи.

Обозначим *X*1– количество продукции А, планируемое к выпуску, а *X2–* количество продукции В. *X=( X1, X2)–*план выпуска.

Запишем ограничения на объемы ресурсов:



Построим целевую функцию:

Сформулируем двойственную задачу:

Переменные двойственной задачи *Y1,Y2,Y3* определяют оценки ресурсов с точки зрения их значимости для предприятия:





*T=32Y1+48Y2+60Y3→min*

Применим для решения этих задач симплексный метод. Для этого приведем модель исходной задачи к канонической форме:

 



Дополнительные переменные *X3, X4, X5* определяют единичный базис системы ограничений и могут быть использованы в качестве базиса первой симплексной таблицы.

Составим первую симплексную таблицу

**Таблица 1 (итерация 0)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | *X1* | *X2* | *X3* | *X4* | *X5* | *B* |  | Гл. элементОпорное решение |
| X3 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 32 | 32/2 | *a23=10**X=(0,0,32,48,60)**F(X)=0* |
| X4 | 4 | 6 | 0 | 1 | 0 | 48 | 48/6 |
| X5 | 0 | **10** | 0 | 0 | 1 | 60 | ***60/10*** |
| Оценки Δj | -4 | -8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Целевая функция не содержит базисных переменных, поэтому оценки Δj  в первой симплексной таблице равняются коэффициентам целевой функции с противоположным знаком. Решение, соответствующее этой таблице не оптимально, так как есть–есть отрицательные оценки. Выбираем направляющий столбец по правилу: *максимальная по модулю отрицательная оценка-второй столбец.* Выбираем направляющую строку по правилу*: минимальное отношение свободных членов к положительным элементам направляющего столбца, выбрали*– X5

Пересчитываем симплексную таблицу по формулам Гаусса (правилу прямоугольника).

 **Таблица 2 (итерация 1)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | *X1* | *X2* | *X3* | *X4* | *X5* | *B* |  | Гл. элементОпорное решение |
| X3 | 4 | 0 | 1 | 0 | -0,2 | 20 | 20/4 | A21=4*X=(0,6,20,12,0)**F(X)=48* |
| X4 | **4** | 0 | 0 | 1 | -0,6 | 12 | 12/4 |
| X2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,1 | 6 | ∞ |
| Оценки Δj | -4 | 0 | 0 | 0 | 0,8 | 48 |  |

Решение не оптимально–есть отрицательные оценки.

Вводим в базис переменную X1 вместо X4 и строим следующую таблицу

**Таблица 3 (итерация 2)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | *X1* | *X2* | *X3* | *X4* | *X5* | *B* |  | Опорное решение |
| X3 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0,4 | 8 |  | *Xопт=(3,6,8,0,0), Fопт=60* |
| X1 | 1 | 0 | 0 | 0,25 | -0,15 | 3 |  |
| X2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,1 | 6 |  |
| Оценки Δj | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,2 | 60 |  |

Все оценки не отрицательны, поэтому получено оптимальное решение:

*Xопт=(3,6), Fопт=60*

Оптимальное решение двойственной задачи можно найти из строки оценок оптимальной симплексной таблицы прямой задачи, установив соответствие переменных прямой и двойственной задачи.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***X1*** | ***X2*** | ***X3*** | ***X4*** | ***X5*** |
|  |  |  |  |  |
| ***Y4*** | ***Y5*** | ***Y1*** | ***Y2*** | ***Y3*** |

Из таблицы 3 находим: *Y1=0; Y2=1; Y3=0,2.*

Таким образом, оптимальное решение двойственной задачи: 

Решение двойственной задачи можно найти, используя вторую теорему двойственности:

Так как переменные *X1>0 и X2>0*, то им соответствуют ограничения двойственной задачи(первое и второе), которые оптимальным решением обращаются в строгие равенства:

(\*)

Подставим оптимальное решение прямой задачи в ее ограничения. Получим, что первое ограничение выполняется как неравенство: 4⋅3+2⋅6=24<32. Поэтому соответствующая этому ограничению переменная двойственной задачи ***Y1***равняется нулю (*Y1 =0*)

Решая систему (\*), получаем:

***4) Пример задания на лабораторную работу***

## *Задание*

Разработать программу, реализующую численные алгоритмы одномерной оптимизации: метод равномерного поиска с возвратом и метод золотого сечения.

1. *Теоретические сведения*

Численные методы разделяются на:

* прямые, при реализации которых не требуется использования производных целевой функции.
* методы, использующие производные целевой функции.

Сущность методов состоит в многошаговом поиске значений оптимизируемой функции приближающихся к экстремальному значению.

Общий алгоритм этой поисковой оптимизации может быть представлен в следующем виде:



В процессе оптимизации одной из основных проблем является выбор величины шага. Слишком малая величина шага делает поиск весьма трудоемким, большой шаг существенно сокращает поиск, но может привести к потере точности результата.

Окончание поиска связывается с некоторой величиной – погрешностью (точностью) определения экстремума и задаваемой перед началом поиска .

*Прямые методы*

Прямые методы обладают большим достоинством, состоящим в том, что не требуется дифференцируемости целевой функции и целевая функция может быть задана не только аналитически, но и не аналитически (например, в табличной форме).

Недостатками являются требование унимодальности целевой функции в заданном интервале изменения переменной, большое количество вычислений.

Существует несколько видов прямых методов, наиболее употребительными являются:

- метод равномерного поиска или перебора;

- метод поразрядного поиска;

- метод исключения отрезков;

а) метод деления отрезка пополам (метод дихотомии);

б) метод золотого сечения;

в) метод Фибоначчи.

*Метод равномерного поиска c возвратом*

Суть метода состоит в разбиении интервала поиска ***[a, b]*** на ***n*** равных частей.

В процессе оптимизации рассматривается множество точек, численное значение которых вычисляемых по формуле



Вычисляя значение целевой функции ***F(xi)*** и проводя их сравнение находят точку ***xk*** (***a ≤ xk ≤b***), в которой целевая функция имеет экстремальное значение.

Искомая точка считается заключенной в интервале 



Далее продолжаем проводить поиск экстремума уже на интервале  и с меньшим шагом, до тех пор, пока не достигнем требуемой точности.

*Метод золотого сечения*

В основе метода лежит принцип деления в пропорциях золотого сечения.

*Золотое сечение* – деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

Отношение большей части к меньшей в этой пропорции выражается квадратичной иррациональностью:



и, наоборот, отношение меньшей части к большей:



Метод относится к последовательным стратегиям. Задается начальный интервал неопределенности и требуемая точность. Алгоритм уменьшения интервала опирается на анализ значений функции в двух точках. В качестве точек вычисления функции выбираются точки золотого сечения. Тогда с учетом свойств золотого сечения на каждой итерации, кроме первой, требуется только одно новое вычисление функции. Условия окончания процесса поиска – длина текущего интервала неопределенности становиться меньше установленной величины.

*Алгоритм:*

**Шаг 1.** Задать начальный интервал неопределенности 

**Шаг 2.** Положить k = 0.

**Шаг 3**. Вычислить:



**Шаг 4.** Вычислить:



**Шаг 5.** Сравнить:



если , то положить 

если , то положить 

**Шаг 6.** Вычислить  и проверить условие окончания:

если , то перейти к шагу 3;

иначе процесс поиска завершается и 

****

## *Пример*

Найти методом равномерного поиска с возвратом и методом золотого сечения экстремум (экстремумы) функции 

Для локализации областей экстремума построим график функции.



Далее составляем программу на языке программирования высокого уровня.

**Вопросы к экзамену**

1. Общая характеристика задач оптимизации. Примеры оптимизационных
задач. Постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации.
2. Постановка различных задач оптимизации. Методы отыскания оптимальных решений.
3. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции
одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной.
4. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции
нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
5. Условные экстремумы функции нескольких неизвестных. Метод множителей
Лагранжа.
6. Численные методы решения задач одномерной оптимизации. Метод
равномерного поиска c возвратом.
7. Численные методы решения задач одномерной оптимизации. Метод золотого
сечения.
8. Описание экономико-математической модели задачи линейного программирования (ЛП). Формы задачи ЛП. Приведение задачи ЛП в каноническую форму.
9. Формы задачи ЛП. Преобразование канонической формы в симметричную.
10. Примеры задач ЛП. Задача планирования производства.
11. Примеры задач ЛП. Задача диеты.
12. Преобразования однократного замещения.
13. Симплексные преобразования.
14. Графическое решение задачи линейного программирования.
15. Алгоритм симплекс-метода. Симплексные таблицы.
16. Первоначальный опорный план. Метод вспомогательной задачи.
17. Первоначальный опорный план. Метод искусственного базиса.
18. Двойственные задачи. Принцип двойственности.
19. Двойственный симплекс метод.
20. Транспортная задача. Методы поиска опорного плана. Метод потенциалов.
21. Численные методы решения задач многомерной оптимизации. Метод градиентного спуска.
22. Метод градиентного наискорейшего спуска.
23. Метод покоординатного спуска.
24. Метод наискорейшего покоординатного спуска.
25. Метод сопряженных градиентов.
26. Постановка задачи динамического программирования.
27. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования.
28. Принцип поэтапного построения оптимального управления.
29. Уравнение Беллмана.
30. Алгоритм решения задачи о минимизации расхода горючего самолетом при наборе высоты и скорости.
31. Алгоритм решения задачи определения кратчайшего расстояния по заданной сети.

**9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

*а) основная литература:*

1. [Летова Т. А.](https://biblioclub.ru/index.php?page=author_red&id=20364) , [Пантелеев А. В.](https://biblioclub.ru/index.php?page=author_red&id=20201) Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие, М.: [Логос](https://biblioclub.ru/index.php?page=publisher_red&pub_id=2458), 2011, 424 с.
2. [Гладких Б. А.](https://biblioclub.ru/index.php?page=author_red&id=52951) Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики: учебное пособие, Ч. 1. Введение в исследование операций. Томск: [Издательство "НТЛ"](https://biblioclub.ru/index.php?page=publisher_red&pub_id=14890), 2009, 200 с.

*б) дополнительная литература:*

1. Пожарская Г. И., Назаров Д. М. MATHCAD 14: Основные сервисы и технологии М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016, 139 с. , 2-е изд., испр.
2. [Гладких Б. А.](https://biblioclub.ru/index.php?page=author_red&id=52951) Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики: учебное пособие, Ч. 2. Нелинейное и динамическое программирование. Томск: [Издательство "НТЛ"](https://biblioclub.ru/index.php?page=publisher_red&pub_id=14890), 2011, 264 с.
3. [Грешилов А. А.](https://biblioclub.ru/index.php?page=author_red&id=20165) Прикладные задачи математического программирования: учебное пособие. М.: [Логос](https://biblioclub.ru/index.php?page=publisher_red&pub_id=2458), 2006, 288 с.

**10. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ" (ДАЛЕЕ - СЕТЬ "ИНТЕРНЕТ"), НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

* 1. <http://www.intuit.ru> – национальный открытый университет.
	2. <http://citforum.ru> – справочная информация по различным разделам информационных технологий.

**11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приступая к изучению дисциплины, студенту необходимо внимательно ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий. Самостоятельная работа студента предполагает работу с научной и учебной литературой. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

Студентам рекомендуется регулярно посещать лекции, тщательно конспектировать и прорабатывать их с одним из рекомендованных литературных источников.

При изучении курса студентам рекомендуется проводить:

* конспектирование первоисточников и другой учебной литературы;
* проработку учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
* подготовку к коллоквиумам с использованием печатных методических указаний по курсу;
* самотестирование по контрольным вопросам (тестам).

Каждый студент перед началом занятий записывается преподавателем на электронный курс по данному предмету, к которому можно получить доступ через сеть Интернет. Курс поддерживается системой дистанционного обучения *moodle* (модульная объектно-ориентированная динамическая учебная среда), к которой может получить доступ зарегистрированный пользователь через сеть Интернет. Адрес курса в системе *moodle* МАГУ: <http://moodle.arcticsu.ru/course/view.php?id=109>[[1]](#footnote-1).

В рамках данного курса в системе *moodle*, организовано:

* взаимодействие обучающихся между собой и с преподавателем: для чего используются форумы и чаты.
* передача знаний в электронном виде: с помощью файлов, архивов, веб-страниц, лекций.
* проверка знаний и обучение с помощью тестов и заданий:  результаты работы студенты могут отправлять в текстовом виде или в виде файлов.
* совместная учебная и исследовательская работа студентов по определенной теме: с помощью встроенных механизмов: семинаров, форумов и пр.
* журнал оценок: в котором учитывается успеваемость студентов по балльной системе.

Таким образом, вся самостоятельная работа студента организуется через систему дистанционного обучения *moodle* МАГУ. Так же данная система используется преподавателем и в процессе проведения аудиторных занятий, для: проведения тестов, предоставления текстов лекций и лабораторных работ, учета успеваемости учащихся.

Основными видами аудиторной работы студентов являются лекции и лабораторные работы.

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на лабораторные работы и указания на самостоятельную работу. Электронные конспекты презентаций и полных текстов лекций доступны для студента в системе *moodle* МАГУ на сайте курса: «Методы оптимизации».

На лабораторных занятиях студенты совместно с преподавателем решают в аудитории отдельные оптимизационные задачи вручную у доски, в том числе с известной долей самостоятельности. Кроме того, некоторые задачи, решенные вручную, далее решаются на персональных компьютерах с предварительным объяснением преподавателем методики решения данной задачи. Некоторые задачи могут быть решены прямо на компьютере в качестве демонстрационных задач. Каждую задачу студент обязан оформить в виде отчета и защитить его. Электронные конспекты лабораторных заданий доступны для студента в системе *moodle* МАГУ на сайте курса: «Методы оптимизации».

Качество учебной работы студентов преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте МАГУ.

**Планы лабораторных работ:**

# Занятие 1. Численные методы решения задач одномерной оптимизации. Метод равномерного поиска с возвратом. Метод золотого сечения.

**План:**

1. Общий алгоритм этой поиска решения для задач одномерной оптимизации.
2. Прямые методы одномерной оптимизации.
3. Алгоритм метода равномерного поиска c возвратом.
4. Алгоритм метода золотого сечения.

*Литература*: [1, с. 116-132].

*Вопросы для самоконтроля*

1. Какие методы поиска оптимальных решений называют прямыми?
2. В чем состоит основной недостаток прямых методов поиска экстремума?
3. В чем состоит основная идея метода равномерного поиска c возвратом?
4. Что означает принцип золотого сечения?
5. Как происходит локализация отрезка поиска в методе золотого сечения?

*Задание для самостоятельной работы*

* 1. Разработать программу на любом языке программирования, реализующую метод равномерного поиска с возвратом и метод золотого сечения, согласно варианту задания.
	2. Подготовиться к ответам на вопросы.

**Занятие 2. Графическое решение задачи линейного программирования.**

**План:**

1. Формулировка задачи линейного программирования.
2. Формы записи задачи линейного программирования.
3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
4. Построение многоугольника решений.
5. Область допустимых значений переменных.
6. Линии уровня функции цели.
7. Принципы создания графиков функций в MathCAD.

*Литература*: [2, с. 73-76; 3, с. 48-55].

*Вопросы для самоконтроля*

* + 1. Как формулируется задача линейного программирования?
		2. Сформулируйте алгоритм графического решения задачи линейного программирования.
		3. Что такое область допустимых значений переменных?
		4. В каком случае задача линейного программирования не имеет решения и как это увидеть на графике?
		5. В каком случае задача линейного программирования имеет бесчисленное множество решений и как это увидеть на графике?

*Задание для самостоятельной работы*

1. Найти минимум целевой функции заданной согласно варианту задания при заданных ограничениях, используя математический пакет MathCAD.
2. Подготовиться к ответам на вопросы.

**Занятие 3. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.**

**План:**

1. Канонический вид задачи линейного программирования.
2. Переход к каноническому виду задачи линейного программирования.
3. Метод единичного базиса.
4. Схема создания симплекс-таблицы.
5. Метод искусственного базиса.
6. Двойственность в линейном программировании.
7. Двойственный симплекс-метод.

*Литература*: [2, с. 77-107].

*Вопросы для самоконтроля*

1. Как формулируется задача линейного программирования в каноническом виде?
2. Как осуществить перевод задачи линейного программирования в канонический вид?
3. Приведите схему создания симплекс таблицы?
4. Как происходит поиск разрешающего элемента в симплекс таблице?
5. Для чего служит строка оценок в симплекс таблице?
6. Сформулируйте метод единичного базиса.
7. Сформулируйте метод искусственного базиса.
8. Какие существуют ограничения метода единичного базиса?
9. Сформулируйте двойственный симплекс-метод.

*Задание для самостоятельной работы*

1. Найти минимальное значение линейной функции двойственным симплексным методом (по вариантам).
2. Задания выполняются аналитически (в тетради). Для всех заданий выполнить проверку вычислений в пакете **MathCAD.**
3. Подготовиться к ответам на вопросы.

**Занятие 4. Транспортная задача линейного программирования.**

**План:**

1. Постановка транспортной задачи линейного программирования.
2. Открытая и закрытая модель транспортной задачи линейного программирования.
3. Матрица планирования.
4. Построение опорного плана: метод северо-западного угла.
5. Построение опорного плана: метод наименьшей оценки.
6. Метод потенциалов.
7. Решение транспортной задачи в MathCAD.

*Литература*: [2, с. 132-159].

*Вопросы для самоконтроля*

1. Сформулируйте общую постановку транспортной задачи линейного программирования.
2. В чем состоит отличие открытой и закрытой моделей транспортной задачи линейного программирования?
3. В чем отличие методов построение опорного плана: северо-западного угла и наименьшей оценки?
4. Сформулируйте алгоритм метода потенциалов.
5. Как рассчитываются потенциалы строк и столбцов в методе потенциалов?
6. Сформулируйте критерий оптимальности в методе потенциалов.

*Задание для самостоятельной работы*

1. Решить транспортную задачу. Заданы мощности поставщиков , емкости потребителей  и матрица стоимостей перевозок единицы продукции от каждого поставщика каждому потребителю. Требуется найти план перевозок, при котором суммарные транспортные расходы будут минимальны.
2. Решить задачу аналитически, и проверить вычисление, решив ту же задачу в системе MathCAD.
3. Подготовиться к ответам на вопросы.

**12. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ (ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ)**

*Программное обеспечение:*

1. Microsoft Windows XP – операционная система.
2. Microsoft Word или Open Office Writer – текстовый редактор.
3. MathCAD – математическое программное обеспечение.
4. Microsoft Visual Studio – среда разработки программных приложений.
5. Любой web-браузер.

**Тренажеры:** В целях обучения студентов, усвоения и контроля полученных знаний используется электронный образовательный ресурс moodle: (<http://moodle.arcticsu.ru/>) в котором студенты могут проходить тесты. Адрес курса: <http://moodle.arcticsu.ru/course/view.php?id=109>

**13. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п\п | Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения занятий с перечнем основного оборудования | Фактический адрес учебных кабинетов и объектов, номер ауд. |
| 1 | Кабинет для проведения лекционных занятий по курсу с комплектом мультимедийного оборудования, включающий ноутбук, мультимедиапроектор и экран  |  г. Апатиты, ул. ул. Лесная, 29 корпус 5, ауд. 106, 302 |
| 2 |  Компьютерный класс для проведения лабораторных занятий и тестирования.  | г. Апатиты, ул. Энергетическая, 19, корпус 5, ауд. 4 |

**14. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

**08.05.00 «Информационные системы и технологии» профиль Общий профиль**

(код, направление, профиль)

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА**

|  |  |
| --- | --- |
| Шифр дисциплины по РУП | **Б3.В.ОД.14** |
| Дисциплина | **Методы оптимизации** |
| Курс  | **2** | семестр | **4** |
| Кафедра | **Информатики, вычислительной техники и информационной безопасности** |
| Ф.И.О. преподавателя, звание, должность | **Тоичкин Николай Александрович, к.т.н., доцент** |
|  |
| Общ. трудоемкостьчас/ЗЕТ | **144/4** | Кол-во семестров | **1** | Интерактивные формыобщ./тек. сем. | **12/12** |
| ЛКобщ./тек. сем. | **34/34** | ПР/СМобщ./тек. сем. | **-/-** | ЛБобщ./тек. сем. | **16/16** | Форма контроля | **Экзамен** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Содержание задания** | **Количество мероприятий** | **Максимальное количество баллов** | **Срок предоставления** |
| ***Вводный блок*** |
| Не предусмотрен |  |  |  |
| ***Основной блок*** |
| Решение бланочных тестов  | 3 | 9 | 3 неделя,7 неделя11 неделя |
| Лабораторные работы | 4 | 40 | 2 неделя6 неделя8 неделя12 неделя |
| Подготовка докладов по теме | 1 | 5 | По согласованию с преподавателем |
| Решение комплекса задач  | 2 | 6 | В течении семестра |
| **Всего:** | **60** |  |
| Экзамен | Вопрос 1 | 20 | В сроки сессии |
|  | Вопрос 2 | 20 | В сроки сессии |
| **Всего:** | **40** |  |
| **Итого:** | **100** |  |
| ***Дополнительный блок*** |
| Выполнение дополнительной лабораторной работы | 10 | по согласованию с преподавателем |
| Подготовка глоссария | 5 |
| **Всего баллов по дополнительному блоку:** | **15** |

Шкала оценивая в рамках балльно-рейтинговой системы МАГУ: «2» - 60 баллов и менее, «3» - 61-80 баллов, «4» - 81-90 баллов, «5» - 91-100 баллов.

**15. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ НА УСМОТРЕНИЕ ВЕДУЩЕЙ КАФЕДРЫ**

Не предусмотрено.

**16. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ЛИЦ С ОВЗ**

Для обеспечения образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья реализация дисциплины *Б3.В.ОД.14 «Методы оптимизации»* может осуществляться в адаптированном виде, с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей и по личному заявлению обучающегося.

1. Ссылка активна на момент написания рабочей программы (24.09.16). Для получения доступа к курсу необходима регистрация в системе и запись на курс. [↑](#footnote-ref-1)