КАЛИНИНГРАДСКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

- филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего профессионального образования

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА**

**и ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ**

**при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ОТКРЫТЫЙ УРОК

Дисциплина: Математика

Тема: Применение производной функции к построению графиков функции

Калининград, 2011

**ПЛАН УРОКА:**

**Дисциплина**: Математика

**Тема:** «Применение производной к построению графиков»

**Время проведения:** 10.00-11.20

**Место проведения:** кабинет №15

**Группа**: 8БЭ

**Специальност**ь: 080110

**Тип урока:** изучение нового материала

**Вид урока:** комбинированный

**Метод проведения**:

- метод проектов;

**Цели урока:**

***1.Обучающая:***

*-повторить и обобщить знания о производной числа, правилах дифференцирования производной;*

*-познакомить с методикой проведения производной функции, возрастания и убывания функции, экстремумов функции при построении графиков функции.*

***2.Развивающая:***

* *развивать математическую речь, память, мышление, любознательность навыков коллективной работы, познавательного интереса через обобщение и систематизацию, сравнение и анализ;*
* *развитие творческих и исследовательских умений (анализ проблемной ситуации, осуществление отбора необходимой информации, умение строить гипотезы, обобщать, делать выводы;*
* *формирование умений анализировать проблему и планировать способы ее решения;*

***2.Воспитательная:***

*- воспитывать культуру общения , уважения друг к другу, стремление к саморазвитию в использовании дополнительного материала;*

*- способствовать формированию организованности, дисциплины, настойчивости, аккуратности и ответственного отношения к учёбе;*

***3.Методическая:***

*- совершенствовать методику проведения уроков изучения нового материала методом проектов;*

*- совершенствовать навыки использования мультимедийных пособий.*

**Междисциплинарные связи:**

**- физика**

Тема: «Электромагнитные колебания»

**- математика** :

Тема: «Производная. Производная элементарных и степенной функций. Правила дифференцирования»,

Тема: «Геометрический смысл производной»,

Тема: «Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции»,

Тема: «Применение производной к построению графиков»,

Тема: «Наибольшее и наименьшее значение функции, выпуклость графика и точки перегиба»

- **информатика**

Тема: «Построение графиков функции средствами Microsoft Excel»

- **экология**

Тема: «Численность популяции»

**- химия**

Тема: «Скорость химической реакции»

Тема: «Расчет количества вещества»

Тема: «Решение задач по химическим уравнениям»

**- география**

Тема: «Демография населения »

**- экономическая теория**

Тема: « Теория производителя»

Тема: « Микроэкономика: спрос, предложение, равновесие рынка»

**Методическое и техническое сопровождение урока:**

* + - * раздаточный материал(лист бумаги, цветные стержни);
      * методические рекомендации по выполнению практических заданий;
      * презентация;
      * магнитная доска;
      * персональный компьютер;
      * мультимедийный проектор.

**Квалификационные требования:**

В результате изучения дисциплины студент **должен**

***знать:***

* определение производной;
* таблицу производных;
* правила вычисления производных
* правила нахождения производных суммы, разности , произведения, частного;
* правила нахождения производной сложной функции;
* правила дифференцирования;
* достаточный признак возрастания и убывания функции;
* теорему Лагранжа;
* понятие «монотонность» функции;
* определения точек максимума и минимума;
* необходимый признак экстремума( теорема Ферма);
* достаточный признак максимума и минимума;
* определение стационарных и критических точек;
* общую схему исследования функции;
* метод построения графика четной и нечетной функции;

**уметь:**

* использовать определение производной при нахождении производных;
* находить производные по таблице производных;
* находить производные суммы , произведения и частного;
* применять производную к нахождению промежутков возрастания и убывания функции;
* находить экстремумы функции, точки экстремума, определять их по графику;
* проводить исследование функции и строить график.

**Литература:**

**Основная:**

1. Ш..Алимов, Ю.М.Калягин, Ю.В.Сидоров. «Алгебра и начала анализа»

**Дополнительная:**

1. Гарднер М. Математические чудеса и тайны.-М.Наука.2003.
2. Журнал «Математика в школе».
3. Прохоров Ю.В. Математика. Энциклопедия.-М.Дрофа, 2003.
4. Методические рекомендации по выполнению практических работ .
5. Интернет-ресурсы.

**ЭЛЕМЕНТЫ УРОКА**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Наименование структурного элемента урока** | **Время** |
| **1.** | **Организационный момент.**  Приветствие, проверка готовности студентов к проведению урока, отметить отсутствующих, готовность аудитории к уроку. | **2 мин.** |
| **2.** | **Сообщение темы и плана, постановка цели.**  **Тема: «Применение производной к построению графиков»**  **Цель:**  обобщить и систематизировать знания студентов, полученные на уроках математики, воспитывать у студентов потребности в саморазвитии, самосовершенствовании; развивать интерес к дисциплине**.**  **План**   1. Демонстрация презентаций ( домашнее задание). 2. Фронтальный опрос. 3. Изучение нового материала: применение производной к построению графиков функции, алгоритм построения. 4. Применение производной к построению графиков. 5. Демонстрация презентаций по изученной новой теме. 6. Подведение итогов урока. 7. Домашнее задание. | **3 мин** |
| **3.** | **Мотивация учебной деятельности студентов.**  Студенты принимали участие в сборе информации, подготовке иллюстрированных материалов об истории и применении производной в математике, физике, химии, биологии, географии, экономике , применении ее в различных областях науки, выполняли задание на уроке по построению графиков. | **5 мин** |
| **4.** | **Актуализация опорных знаний.**  **Фронтальный опрос по вопросам:**   1. Определение производной функции. 2. Производная элементарных функций. 3. Правила дифференцирования. 4. Достаточный признак возрастания и убывания функции 5. Теорему Лагранжа 6. Понятие «монотонность» функции 7. Определения точек максимума и минимума 8. Необходимый признак экстремума( теорема Ферма) 9. Достаточный признак максимума и минимума 10. Определение стационарных и критических точек | **5 мин** |
| **5.** | **Изучение нового материала.**  **Вопрос 1.** Повторение изученного материала по теме «Производная»: устный счет и фронтальный опрос  Работает вся группа устно:   * 1. ***Устное решение примеров***: используя определение производной, правила дифференцирования и таблицу производных   2. ***Фронтальный опрос по вопросам теории:*** * Определение производной функции. * Производная элементарных функций. * Правила дифференцирования. * Достаточный признак возрастания и убывания функции * Теорему Лагранжа * Понятие «монотонность» функции * Определения точек максимума и минимума * Необходимый признак экстремума( теорема Ферма) * Достаточный признак максимума и минимума * Определение стационарных и критических точек   **Вопрос 2.** Изучение нового материала  Построение графика функции с помощью производной, используя алгоритм( схема).  **Вопрос 3.** Решение задач  Используя методическое пособие с рекомендациями по выполнению практических заданий, студенты выполняют решение задач самостоятельно в группах , и одновременно с помощью компьютера выполняют построение графика функции, который построят с помощью производной на листе ватмана по группам(для проверки правильности выполнения задания и исправления ошибок) и применением полученных знаний на уроке.  Группа разбивается на 5 микрогрупп ( по 5-6 чел.), каждая микрогруппа указывает название, девиз и вносит в оценочный лист, назначает консультанта.  Каждая группа создает презентацию, в которой отображается:   * Схема (шаблон) построения графика функции с помощью производной; * график функции, построение которого выполнено посредством Microsoft Excel. | **5 мин.**  **20мин.**  **30 мин.** |
| **6.** | **Подведение итога урока .**  Подводим ***итог урока***, связывая понятие производной функции с процессами и явлениями в связи с математикой, физикой , химией, биологией, экономикой, информатикой в окружающем нас мире, обобщая и систематизируя умения и навыки при решении задач , продемонстрировать, что рассмотрение даже самых элементарных вопросов требуют знания математики.  Преподаватель приводит слова Галилея: «Если бы мне пришлось начать вновь свое обучение, то я последовал бы совету Платона и принялся бы сперва за математику как науку, требующую точности и принимающую за верное только то, что вытекает как следствие из доказанного».  **Вопросы:**   1. Когда возник термин «производная»? 2. Что такое производная функции, её применение ? 3. В области каких наук отображается определение и понятие производной функции? 4. Как эти знания и умения пригодятся в жизни?   Оценка работы студентов преподавателем и студентами- консультантами (приложение №1).  **Домашнее задание:**  Составить опорный конспект по теме «Применение производной к построению графиков», обобщая все понятия, схемы , определения по данной теме и дополнительную информацию из истории производной и ее применении в связи с другими науками . | **7 мин.**  **3 мин.** |

**Преподаватель Н.В.Горская**

Приложение №1. Оценочный лист

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **\_\_\_\_\_группа : «\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_»**  **Девиз:** | | | | |
| **Фамилия, имя** | **Презента**  **ция** | **Сам. работа** | **Работа в группе** | **Итоговая**  **оценка** |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**Условные знаки для оценивания студентом самого себя:**

**О** - Отлично изучил тему

**Х** - Есть пробелы, но я их решил самостоятельно

**У** - Были пробелы, но я их решил с помощью группы

**Z**- Проблемы не решены

Приложение №2.Рабочая тетрадь.

КАЛИНИНГРАДСКИЙ ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

- филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего профессионального образования

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА**

**и ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ**

**при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Дисциплина: Математика.

Тема: Применение производной функции к построению графиков функции.

Калининград, 2011

**ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ.**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ**

**I. Задачи, приводящие к понятию производной.**

Понятие производной возникло как результат обобщения описаний процессов, в которых требовалось показать характер изменения некоторой величины по отношению к другой величине, т.е. *скорость изменения*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Процесс* | *Скорость* | | |
| *постоянная* | *изменяющаяся* | *мгновенная* |
| Механическое движение |  |  |  |
| Химическая реакция |  |  |  |
| Электрический ток, его сила |  |  |  |
| Биологическая популяция, ее рост |  |  |  |
| Плотность стержня |  |  |  |

**II. Понятие производной, её физический и геометрический смысл.**

*Определение*. Пусть функция определена на интервале (*a; b*)

и при этом: *х*0 ∈ (*a; b*), *х*0 + Δ*х* ; Δ*f*= ;

где Δ*х* – ,

Δ*f* – .

Тогда 

называется .

*Обозначения*. .



*Словесная формулировка производной функции в точке:*

.

.

.

.

.

.

.

Действие нахождения производной функции называется .

Функция называется дифференцируемой на интервале (*a*; *b*), если она .

.

*Физический смысл производной*: .

.

*Геометрический смысл производной*:



.

.

.

.

**III. Примеры дифференцирования некоторых функций.**

*а)* *у = С,* где *С* – *const*.

*б) у* = *х*.

*в) у* = *х*2.

**IV. Производные основных элементарных функций:**

;

;

;

частный случай ;

;

частный случай ;

;

 ;

;

;

;

;

;

.

**V. Правила дифференцирования.**

Пусть функции *y=f(x)* и *y=g(x)* дифференцируемы на некотором множестве *D*. Тогда для всех *х* из множества *D* выполнено:

1. *Производная суммы двух функций*:

;

2. *Производная произведения двух функций*:

; *Следствие.* .

3. *Производная частного двух функций*:

;

4. *Производная сложной функции (или суперпозиции двух функций)*:

.

**Задание 1.** Используя правила дифференцирования частного, выведите формулы для производных функций *у = tgx* и *y=ctgx.*





Примеры:

*а)* 

*б)* 

*в)* 

*г)* 

*д)* 

*е)* 

*ж)* 

**VI. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.**

1. ***Теорема Ферма.***

 Пусть функция *y = f(x)*

* .

Если функция *y = f(x)* достигает в

некоторой точке ***с*** .

наименьшее или наибольшее значение и в этой точке существует конечная производная, то .

2. ***Теорема Ролля.***

Пусть функция *y = f(x)*:

* .

Тогда существует точка ***с*** :

.

3. ***Теорема Лагранжа.***

 (обобщение теоремы Ролля).

Пусть функция *y = f(x)*:

* .

Тогда существует точка ***с*** :

.

4. ***Правило Лопиталя.***

(раскрытие неопределенностей типа  или  при вычислении пределов).

Предел отношения двух бесконечно малых (или бесконечно больших) функций равен пределу отношений их производных, если последний существует, т. е.

математическая запись правила Лопиталя

Примеры:

*a)*  =

*б)*  =

*в)*  =

**VII. Исследование функции (основные понятия).**

Точка *x0* называется точкой локального максимума, если .

.

Тогда *f(x0)* – .

Точка *x0* называется точкой локального минимума, если .

.

Тогда *f(x0)* – .



Точки локальных минимумов и (или) максимумов

называются

.

Значения функции в этих точках называются

.

Точки, в которых производная равна нулю или не существует, называются .

.

**VIII. Основные теоремы, применяемые при исследовании функций.**

***Достаточное условие возрастания (убывания) функции.***

Пусть задана функция *y = f(x)*.

Если на некотором множестве *D* , то функция на множестве *D* ;

если на некотором множестве *D* , то функция на множестве *D* .

***Необходимое условие существования экстремума.***

Если функция *y = f(x)* определена на отрезке и дифференцируема на интервале и при этом  : *x0* является точкой экстремума, то

.

***Достаточное условие существования экстремума.***

Если  и при этом функция *y = f(x)* при переходе через точку *x0* в направлении возрастания аргумента меняет знак: а) с плюса на минус;

б) с минуса на плюс,

то точка *x0* является: а) ;

б) .



*х = а* – .

;

*х = b* – .

;

*х = с* – .

.

**Задание 2.** С помощью схематичного построения графиков определите точки локальных экстремумов функций *у = х*2 и *у = -х*2. Найдите вторые производные этих функций в точках локальных экстремумов.

***Примечание.***Второй производной функции называется производная, взятая от первой производной данной функции.



 

 

***Второе достаточное условие существования экстремума.***

Пусть функция *y = f(x)* имеет в точке *x0* непрерывную первую и вторую производные,

причем .

Тогда функция имеет в точке *x0*  локальный:

а) максимум, если ;

б) минимум, если .

**IX. Асимптоты графика функции.**

Асимптота – прямая, к которой неограниченно приближается график функции, когда точка графика неограниченно удаляется от начала координат.

Вертикальная асимптота – прямая, .

.

*х = а* – вертикальная асимптота, если хотя бы один из односторонних пределов .

.

Пример.

; *х =*  – вертикальная асимптота, так

как .

Наклонная асимптота – это прямая вида .

График функции *y = f(x)* имеет наклонную асимптоту при *x → +∞* тогда и только тогда,

когда существуют два предела: ;

.

Аналогично определяется наклонная асимптота при *x → -∞* .

**Задание 3.** Определите наклонную асимптоту для графика функции .

**X. Схема исследования функции и построения графика.**

1. Область определения функции; если возможно, область ее значений, а также общие свойства (четность, нечетность, периодичность и т.п.).

2. Точки разрыва функции (если есть) и вычисление для этих точек односторонних пределов.

3. Поведение функции при *x → ±∞*, т.е. .

4. Точки пересечения с осями координат:

с осью абcсцис: *у=0*;

с осью ординат: *х=0*.

5. Исследование функции на экстремум, возрастание и убывание.

( и определение знаков производной функции в полученных интервалах; возможно использование второй производной).

6. Асимптоты функции (если они существуют).

7. Построение графика функции.

***Примечание*.** Некоторые пункты схемы в процессе исследования могут быть опущены.

Пример:

*а)* .

**

**XI. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.**

Пример. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

*f*(*x*) *=* 6*x*2 – 18*x* + 12 на отрезке .

**Задание 4.** Укажите алгоритм (порядок действий) нахождения наибольшего и наименьшего значений функции *у = f*(*x*)на отрезке .

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

**Литература:**

1. Балагурова М.И.Интегрированные уроки как способ формирования целостного восприятия мира // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2003-2004 учебный год. – G\ index.htm –сайт ИД «Первое сентября»;
2. Баркова М. В. Интеграция видов искусств при изучении художественных направлений // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2003-2004 учебный год. - G\ index.htm –сайт ИД «Первое сентября»;
3. Земцова Г.В. Интегрированный урок как средство развития творческого потенциала младших школьников // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2004-2005 учебный год. -

G\ index.htm –сайт ИД «Первое сентября»;

1. Михайлова О.С. Интеграция как методическое явление // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2004-2005 учебный год. –

G\ index.htm –сайт ИД «Первое сентября»;

1. Петренко Л.А. Интегрированный урок как форма учебного занятия// Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2004-2005 учебный год. - G\ index.htm –сайт ИД «Первое сентября»