

ЗАПАДНЫЙ

ФИЛИАЛ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**по выполнению практической работы**

**по дисциплине «математика»**

**(для всех специальностей)**

**Преподаватель:**

**Горская Н.В.**

**Калининград, 2015**

СОДЕРЖАНИЕ

[Теория пределов 2](#_Toc443229307)

[**Примеры решения задач** 3](#_Toc443229308)

[Линейная алгебра 6](#_Toc443229309)

[**Решение** 7](#_Toc443229310)

[**Решение** 7](#_Toc443229311)

[**Решение** 8](#_Toc443229312)

[Дифференциальное исчисление 8](#_Toc443229313)

[**Примеры решения задач** 9](#_Toc443229314)

[Интегральное исчисление 11](#_Toc443229315)

[**Примеры решения задач** 11](#_Toc443229316)

[**Решение** 11](#_Toc443229317)

[Дискретная математика 14](#_Toc443229318)

[Элементы теории вероятностей 15](#_Toc443229319)

# Теория пределов

Изучить по учебной литературе вопросы:

1. Определение предела функции.
2. Свойства пределов функций.
3. Вычисление пределов функций при наличии неопределенности типа 0/0.
4. Вычисление пределов функций, являющихся неопределенностями типа ∞/∞.
5. Понятие разрыва функции. Типы разрывов.
6. Асимптоты графиков функций, их виды и уравнения.
7. Первый и второй замечательные пределы.

**Примеры решения задач**

1. Вычислить пределы функций:





****

****

1. Составить уравнения асимптот к графику функции:



Решение

а) Графики функций могут иметь асимптоты трех видов: горизонтальные, вертикальные и наклонные.

Для определения горизонтальной асимптоты следует вычислить предел функции при условии, что х→∞. Если такой предел существует, то график функции имеет горизонтальную асимптоту.

В примере  График функции имеет горизонтальную асимптоту с уравнением у=2.

Для определения вертикальной асимптоты следует определить значения, при которых функция не существует и найти левые и правые пределы функции. Если хотя бы один из пределов бесконечен, то имеется вертикальная асимптота.

В примере функция не существует при х=3.

 Так как оба предела бесконечны, то имеется

вертикальная асимптота с уравнением х=3.

Для определения наклонной асимптоты с уравнением y=kx +b находят

 Если первый предел не существует или равен 0, то нет наклонной асимптоты.

В примере 

Так как k=0, то наклонной асимптоты не имеется.

б) 

Выполним последовательно значения пределов:

 График функции не имеет горизонтальной асимптоты.

Функция не существует при х=0,5

 График функции имеет вертикальную асимптоту

с уравнением х=0,5

Вычислим  График функции имеет наклонную асимптоту. 

Наклонная асимптота имеет уравнение у=0,5х + 0,25

3. Построить график функции, определив тип точек разрыва:

****

Для заданной функции точками разрыва являются значения аргумента (-2) и 1.

Найдем левые и правые предельные значения функции для этих значений аргумента.



Для построения графика функции с учетом определения типов точек разрыва, потребуется вычисление значений функции в некоторых промежуточных точках

а) x<-2 y=-x2-6x-7 (парабола)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | -5 | -4 | -3 | -2 |
| yi | -2 | 1 | 3 | 1 |

б) -2<x<1 y=x+3 (прямая)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | -2 | 1 |
| yi | 1 | 4 |

в) х>1 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1,1 | 1,5 | 2 | 5 | 9 |
| yi | 9 | 1 | 0 | -0,75 | -0,875 |

Если вычислить , то получим уравнение горизонтальной

асимптоты у=-1

# Линейная алгебра

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Матрицы, их виды.
        2. Действия над матрицами.
        3. Определитель матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядков.
        4. Обратная матрица, ее определение и получение обратной матрицы второго и третьего порядков.
        5. Решение матричных уравнений.
        6. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера, в виде матричного уравнения.

**Примеры решения задач.**

!. Выполнить действия над матрицами 

Составить матрицу М=(2А – В)(В+Е)

**Решение**

Составим матрицу 2А – В, для чего все элементы матрицы А умножим на 2, а затем из каждого элемента матрицы 2А вычтем соответствующий элемент матрицы В.



Составим матрицу В+Е, где матрица Е является единичной матрицей третьего порядка:



Матрица М является произведением полученных матриц, то-есть каждый ее элемент равен сумме произведений соответствующих элементов строки матрицы 2А-В и столбца матрицы В+Е

2. Вычислить определитель матрицы:

а) 

**Решение**

а) Для вычисления определителя второго порядка воспользуемся правилом, изложенным в учебной литературе:



б) Для вычисления определителя третьего порядка воспользуемся одним из правил, называемым разложением по элементам первой строки:



1. Найти обратную матрицу для матрицы второго порядка 

**Решение**

Для получения обратной матрицы А-1 воспользуемся формулой , где



Для проверки можно найти произведение матриц А и А-1; должна получиться единичная матрица второго порядка.

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера 

**Решение**

Для решения задачи нужно вычислить четыре определителя третьего порядка:

* главный определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных;
* дополнительный для х, полученный из главного определителя заменой чисел первого столбца на свободные члены;
* дополнительный для у, полученный из главного определителя заменой чисел второго столбца на свободные члены;
* дополнительный для z, полученный из главного определителя заменой чисел третьего столбца на свободные члены;



Для получения значений неизвестных требуется разделить значения дополнительных определителей на главный определитель.



Решение задачи можно проверить при помощи найденных значений в уравнения системы.

# Дифференциальное исчисление

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Производная функция: определение, свойства, таблица производных.
        2. Исследование функции на монотонность.
        3. Исследование функции на выпуклость (вогнутость) и точки перегиба.
        4. Исследование функции на экстремум.
        5. Геометрический и механический смыслы производной.
        6. Построение графика функции, используя схему исследования свойств.

**Примеры решения задач**

1. Найти производные функций:



**Решение**

При выполнении дифференцирования будем использовать свойства производных, таблицу производных, правило дифференцирования сложных функций.



1. Выполнить исследование свойств функции по первой и второй производным и построить график функции f(x)=x3 - 3x2 - 45x + 20

**Решение**

Воспользуемся некоторыми пунктами исследования функции:

1)Областью определения этой функции является множество всех действительных чисел. Эта функция не является четной или нечетной. График этой функции не имеет асимптот.

* + 1. Найдем первую производную и определим соответствующие свойства

функции. f’(x)=3x2 – 6x –45. Решим уравнение 3х2 – 6х – 45 = 0. Корнями уравнения являются числа (-3) и 5.

Воспользуемся таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞; -3) | -3 | (-3;5) | 5 | (5;∞) |
| f’(x) | + | 0 | - | 0 | + |
| f(x) |  | max |  | min |  |

Функция возрастает в интервалах (-∞;-3) и (5;∞), убывает в интервале (-3; 5).

Функция имеет максимальное значение f(-3)=101, имеет минимальное значение f(5)= - 155.

* + 1. Найдем вторую производную f”(x)=(3x2 – 6x –45)’=6x-6.

Решим уравнение 6х-6=0. Решением уравнения является х=1.

Для определения свойств функции воспользуемся таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞; 1) | 1 | (1;∞) |
| f”(x) | - | 0 | + |
| f(x) | ∩  выпуклая | точка  перегиба | ∪  вогнутая |

* + 1. Для построения графика функции воспользуемся результатами вычислений, оформленными в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | - 6 | -5 | -3 | - 1 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 |
| f(x) | - 34 | 45 | 101 | 61 | 20 | - 27 | -74 | -144 | -155 | -99 | 101 |
|  |  |  | max |  |  | пер. |  |  | min |  |  |

# Интегральное исчисление

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица интегралов.
        2. Способы вычисления неопределенного интеграла: непосредственное интегрирование, способ подстановки.
        3. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
        4. Способы вычисления определенного интеграла.
        5. Применение определенного интеграла к решению практических задач: вычисление площадей плоских фигур.

**Примеры решения задач**

* 1. Найти неопределенные интегралы:



**Решение**

При решении примеров следует пользоваться свойствами неопределенных интегралов, таблицей интегралов, в которую включена формула интеграла функции линейного аргумента, непосредственным интегрированием и методом подстановки.



б) Выполнив почленное деление в подынтегральной функции, получим:



в)



г) Будем использовать подстановку:



д) Воспользуемся подстановкой:



* 1. Вычислить определенные интегралы:



**Решение**

При вычислении определенных интегралов используем формулу Ньютона-Лейбница

. Получение первообразной функции F(x) будем выполнять или непосредственно или способом подстановки.



б)





3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у=1 – х2 + 4х и 2х – у – 2 =0

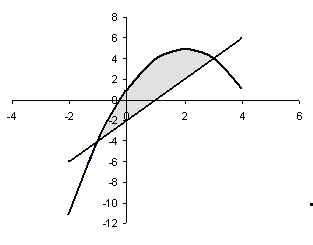
Для определения точек пересечения линий составим уравнение из равенства выражений этих линий: 1 – х2 + 4х = 2х – 2; получим уравнение: х2 – 2х – 3 = 0.

Корнями этого уравнения являются числа: (-1) и 3. Для построения линий найдем

значения функций и составим их таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |  | х | -1 | 3 |
| у1 | -4 | 1 | 4 | 5 | 4 | у2 | -4 | 4 |

Построив фигуру на плоскости, вычислим ее площадь, определив значение интеграла





# Дискретная математика

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Множества, их виды, способы задания.
        2. Простейшие действия над множествами.
        3. Отношения, их некоторые виды.
        4. Графы, их основные элементы.
        5. Некоторые виды графов.

Упражнения и их решение.

1. Составить объединение, пересечение и разность двух множеств.

а) А={3; 4; 6; 7}, B={2; 3; 4; 5}

A∪B={2; 3; 4; 5; 6; 7}, A∩B={3; 4}, A \ B ={6; 7}

б) А=(-1; 3]; B=[1; 5]

A∪B=(-1;5]; A∩B=[1; 3]; A \ B=(-1; 1)

В этом упражнении решение следует сопровождать рисунками.

1. **Комплексные числа**

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Определение комплексного числа в алгебраической форме.
        2. Геометрическое изображение комплексного числа.
        3. Тригонометрическая форма комплексного числа.
        4. Выполнение арифметических действий над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.

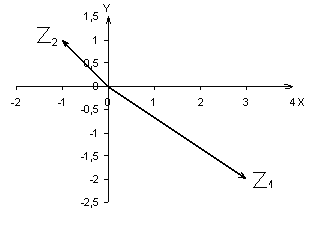
**Примеры решения задач**

1. Построить на координатной плоскости числа Z1 , Z2, где Z1=3-2i, Z2=-1+i.

**Решение**

На координатной плоскости изобразим точки (3; -2), (-1; 1) и соединим их с началом

координат, получив векторы, конечными точками которых являются заданные точки.



1. Выполнить действия сложения, вычитания, умножения, деления над комплексными числами в алгебраической форме.

Z1=3+4i, Z2=2i18-5i15

**Решение**

Предварительно преобразуем второе число, используя значения степеней мнимой единицы. i18=i16+2=i16i2=1i2=-1, i15=i12+3=i12i3=i3=-i, Z2=-2+5i

Выполним действия над числами:

Z1+Z2=(3+4i)+(-2+5i)=3+4i-2+5i=(3-2)+(4i+5i)=1+9i

Z1-Z2=(3+4i)-(-2+5i)=3+4i+2-5i=(3+2)+(4i-5i)=5-I

Z1 .Z2=(3+4i) . (-2+5i)=-6+15i – 8i +20i2=-6+7i – 20= - 26 + 7i



1. Представить число в тригонометрической форме Z=

Найдем модуль и аргумент комплексного числа



# Элементы теории вероятностей

Изучить по учебной литературе вопросы:

* + - * 1. Случайные события, их виды.
        2. Вероятность случайного события, способы ее получения.
        3. Комбинаторика. Применение элементов комбинаторики к вычислению вероятности.
        4. Действия над случайными событиями, вычисление вероятностей результатов действий.
        5. Случайные величины, их виды. Закон распределения случайной величины
        6. Ряд и функция распределения дискретной случайной величины.
        7. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
        8. Дисперсия дискретной случайной величины.

**Примеры решения задач**

1. Имеется набор разноцветных шариков, среди которых 5 синих, 3 красных и 2 зеленых. Наугад извлекают 4 шарика. Найти вероятность того, что среди извлеченных шариков 2 синих, 1 красный и 1 зеленый.

**Решение**

Для определения вероятности случайного события будем использовать классическую формулу , в которой n – число всех возможных исходов, m- число исходов, благоприятных появлению события. В задаче значения этих величин следует находить при помощи сочетаний. 

1. Из карточек разрезной азбуки составлено слово «панорама». Карточки перемешали и наудачу по одной извлекают 5 карточек, выкладывая их в порядке извлечения. Найти вероятность того, что окажется составленным слово «роман».

**Решение**

В этой задаче можно воспользоваться произведением зависимых случайных событий

А – получение слова «роман»; В1 – извлечение первой карточки с буквой «р»;

В2 – извлечение второй карточки с буквой «о»; и т.д. Тогда А=В1 .В2 . В3 . В4 . В5

Р(А)=Р(В1) . Р(В2) . Р(В3) . Р(В4) . Р(В5)=

1. В трех ящиках имеется по 6 одинаковых изделий, среди которых соответственно 2,

1, 3 бракованных. Наугад из каждого ящика извлекают по одному изделию. Найти вероятность того, что среди них окажутся два качественных и одно бракованное изделия.

**Решение**

Для решения задачи рассмотрим события: А – извлечение двух качественных и одного бракованного изделий, В1 – извлечение качественного изделия из первого ящика;

В2 – извлечение качественного изделия из второго ящика; В3– извлечение качественного изделия из третьего ящика; извлечение бракованного изделия для каждого ящика является событиями Составим событие А и вычислим его вероятность



1. Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины, составить функцию распределения, начертить многоугольник распределения и график функции распределения. Имеется заданный ряд распределения дискретной случайной величины

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| хi | -1 | 2 | 6 |
| pi | 0,5 | 0,3 | 0,2 |

Для вычисления математического ожидания воспользуемся формулой 

Получим M(X)=(-1).0,5+2.0,3+6.0,2=1,3

Для вычисления дисперсии воспользуемся двумя соотношениями, одно из которых соответствует определению дисперсии, другое – ее свойству.



В примере получим: D(X)=(-1-1,3)2 . 0,5+(2-1,3)2 .  0,3+(6-1,3)2 . 0,2=7,21

M(X2)=(-1)2 . 0,5+22 . 0,3+62 . 0,2=8,9

D(X)= 8,9 – 1,32 =7,21 (значения должны совпадать)

Для построения многоугольника распределения нужно на координатной плоскости построить точки (xi ;pi) и последовательно их соединить отрезками.

Для построения функции распределения воспользуемся схемой:



В примере получим 

Используя значения заданного примера получим графики:



